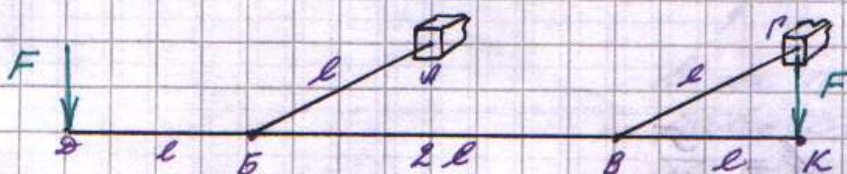
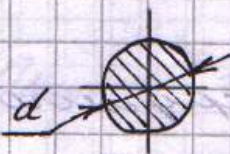


Статически неопределимые
плоско-пространственные рамы

1



$\mu = 0,25$

Дано: $\sigma_T = 300 \text{ МПа}$

$n_T = 1,5$

$P = 10 \text{ кН}$

$l = 500 \text{ мм}$

Найти: 1) σ_K

2) Размеры

поперечной

сечения из условия прочности (энергетическая теория прочности).

Решение

При расчёте плоско-пространственной рамы необходимо учесть действие не только изгибающих, но также и крутящих моментов.

жёсткость на кручение

$$\frac{1}{GJ_{кр}}$$

жёсткость на

$$\frac{1}{EJ_x}$$

надо найти связь между ними.

$$\frac{1}{GJ_p} = k \frac{1}{EJ_x}$$

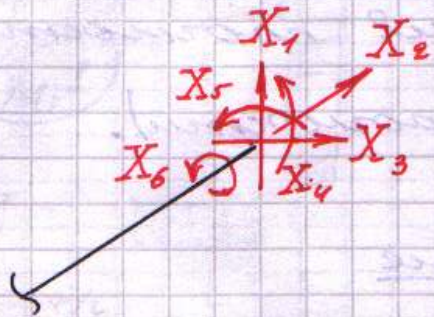
$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} = \frac{E}{2(1+0,25)} = \frac{2}{5} E \quad - \text{ для изотропных материалов}$$

$J_p = 2 \cdot J_x$ - для любого круглого или кольцевого поперечного сечения.

$$k = \frac{5}{4}$$

внутренние силовые факторы

Далее: в пространственных рамах:



X_1, X_3 - перерезывающие силы;

X_2 - продольная сила;

X_4, X_5 - изгибающие моменты;

X_6 - крутящий момент.

В плоско-пространственных рамах X_2, X_3 и X_5 будут равны нулю, так как нет нагрузки в плоскости рамы. Их вообще не учитываем.

I. Вычисление степени статической неопределенности системы:

$$a) n_{\text{внеш. св.}} = \underset{1}{3} + \underset{5}{3} = 6$$

$$b) n_{\text{внутр. св.}} = 3 - 3 = 0$$

$$b) n = (6 + 0) - 3 = 3$$

В пространстве 6 уравнений равновесия, но 3 фактора мы не учитываем и 3 урав-я отпадают

II. Раскрытие статической неопределенности

a)

о.с. N_1

э.с. N_1



=>

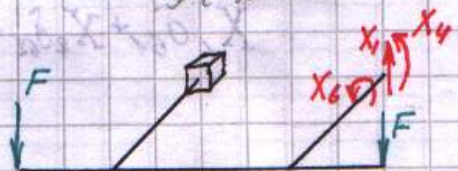


о.с. N_2

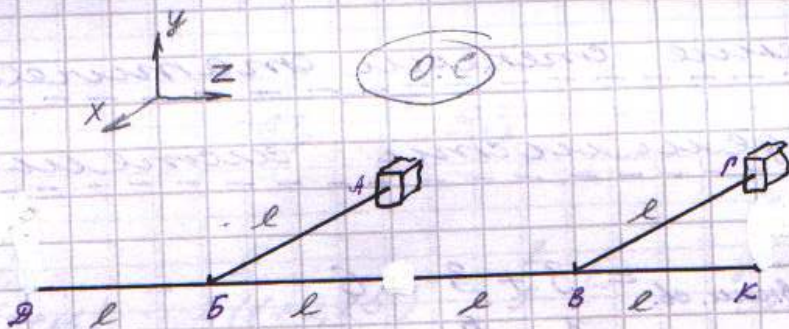
э.с. N_1



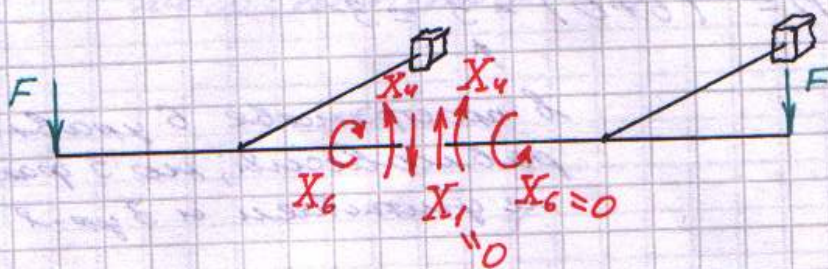
=>



d)



z.c



b)

$$X_1 \delta_{11} + X_2 \delta_{12} + X_3 \delta_{13} + X_4 \delta_{14} + X_5 \delta_{15} + X_6 \delta_{16} + \delta_{17}^0$$

$$X_1 \delta_{21} + X_2 \delta_{22} +$$

$$X_1 \delta_{31} + X_2 \delta_{32} +$$

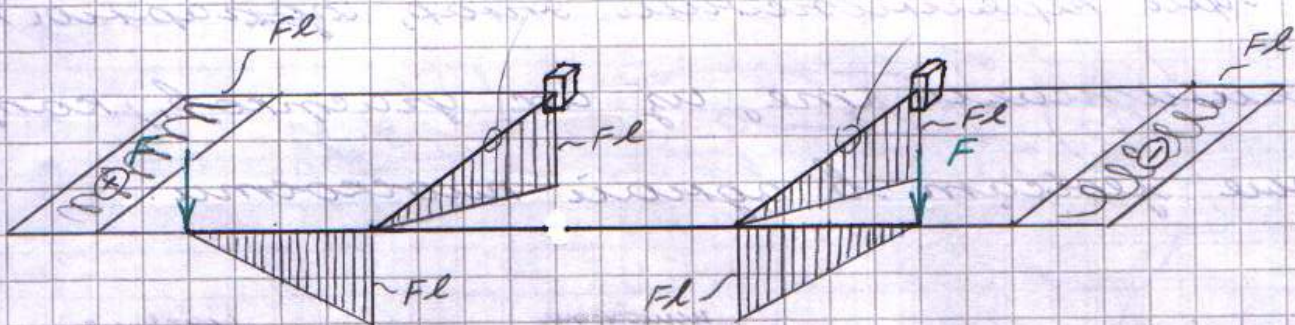
$$X_1 \delta_{41} + X_2 \delta_{42} +$$

$$X_1 \delta_{51} + X_2 \delta_{52} +$$

$$X_1 \delta_{61} + X_2 \delta_{62} +$$

⇓

$$X_4 \delta_{44} + \delta_{4F} = 0$$

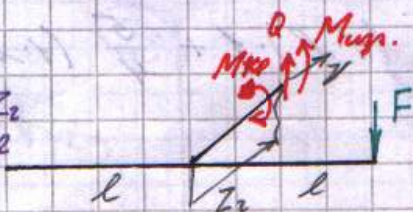


(M)

$$Q = F$$

$$M_{\text{sup}} = F \cdot z_2$$

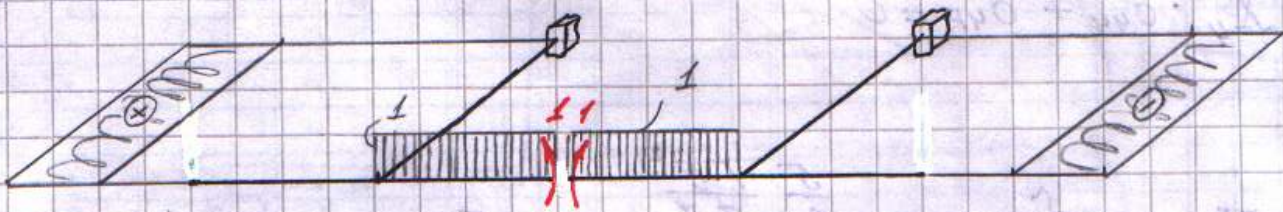
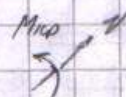
$$M_{\text{inf}} = -Fz$$



$$Q = F$$

$$M_{\text{sup}} = F \cdot z_1$$

$$M_{\text{inf}} = 0$$



(M')

2) Три перемонсени этап, изиб. ~~моменти~~ ~~ре-~~
реммонсаем с изибавицим, крутици-
с крутицим:

$$\delta_{44} = \frac{M_x' M_x'}{EJ_x} = \overbrace{\frac{2}{EJ_x} [(1 \cdot l) \cdot 1]}^{\text{изибавици}} + \overbrace{\frac{2}{GJ_p} [(1 \cdot l) \cdot 1]}^{\text{крутици}} =$$
$$= \frac{2}{EJ_x} [(1 \cdot l) \cdot 1 + \frac{5}{4} (1 \cdot l) \cdot 1] = \frac{9l}{2EJ_x}$$

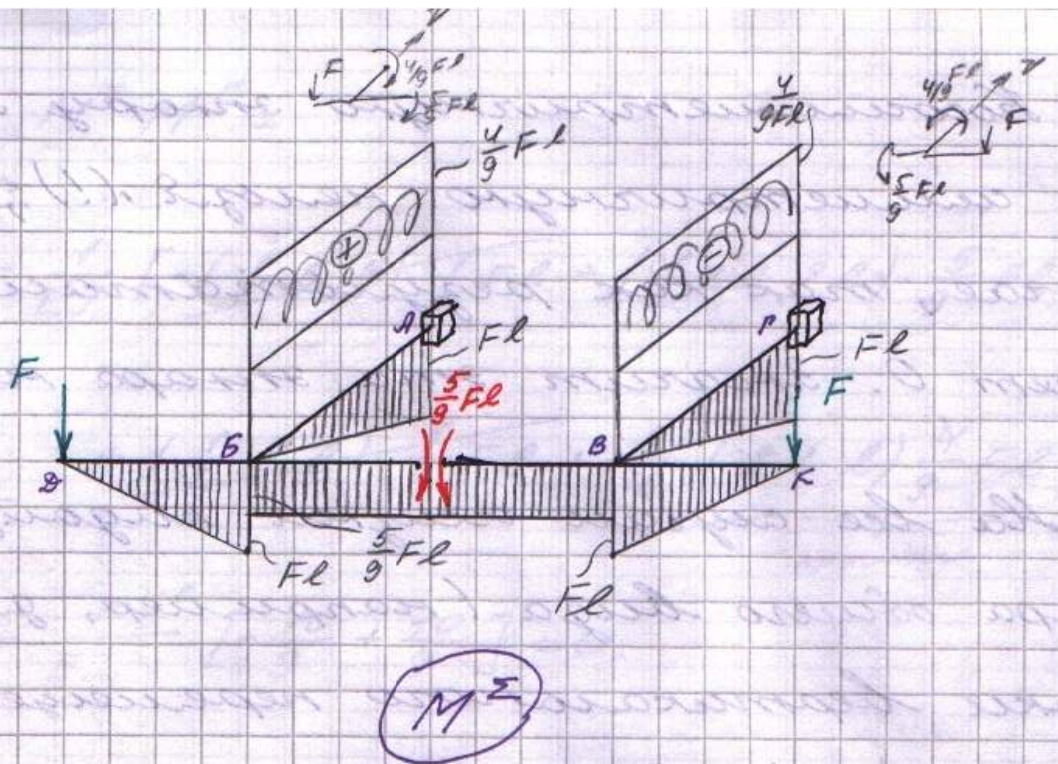
$$\delta_{4F} = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{EJ_x} \cdot [(Fl \cdot l) \cdot 1] = \frac{5}{2} \frac{Fl^2}{EJ_x}$$

9)

$$X_4 \cdot \delta_{44} + \delta_{4F} = 0$$

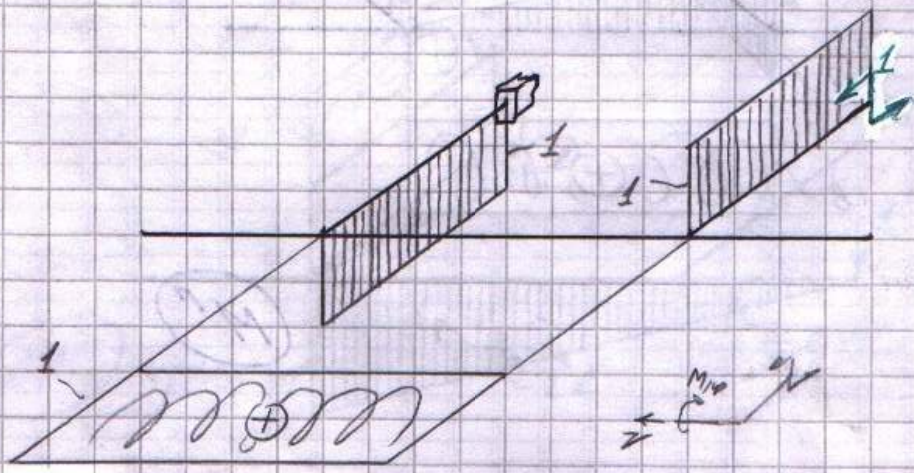
$$X_4 = - \frac{\delta_{4F}}{\delta_{44}} = - \frac{\frac{5}{2} \frac{Fl^2}{EJ_x}}{\frac{9}{2} \cdot \frac{l}{EJ_x}} = - \frac{5}{9} Fl$$

e)



IV. Проверка правильности расчётов

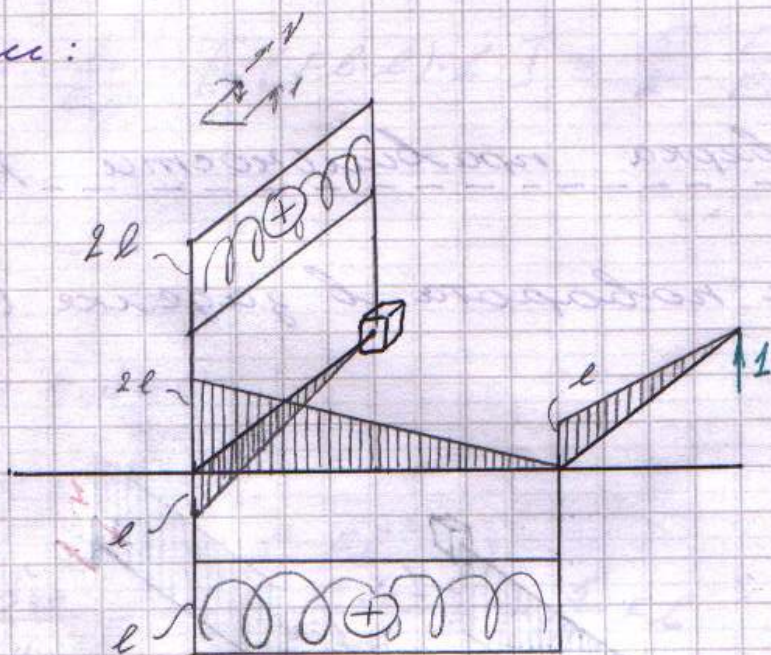
Вос. №2 ^{наиб.} Числ поворота в заделке (т. П):



- координ. опор.

Кососимметричную эту форму можно
на симметричную нельзя ни в каком
случае, так как результатом всегда
будет 0. Значит эта форма не годится.

На все случаи жизни подойдет
форма общего вида (например, для про-
верки вертикального перемещения в
заделке), её можно монтировать и с сим-
метричной и с кососимметричной
эпюрами:



$\sigma = \frac{M}{I} z$

M''

$$V_n = M^z \cdot M'' =$$

$$= \frac{1}{EJ_x} \left[-\left(\frac{1}{2} l \cdot l\right) \cdot \frac{1}{3} Fl - \left(\frac{1}{2} 2l \cdot 2l\right) \cdot \frac{5}{9} Fl + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{2} l \cdot l\right) \cdot \frac{1}{3} Fl + \frac{5}{4} \cdot \left(2l \cdot l\right) \cdot \frac{1}{9} Fl \right] =$$

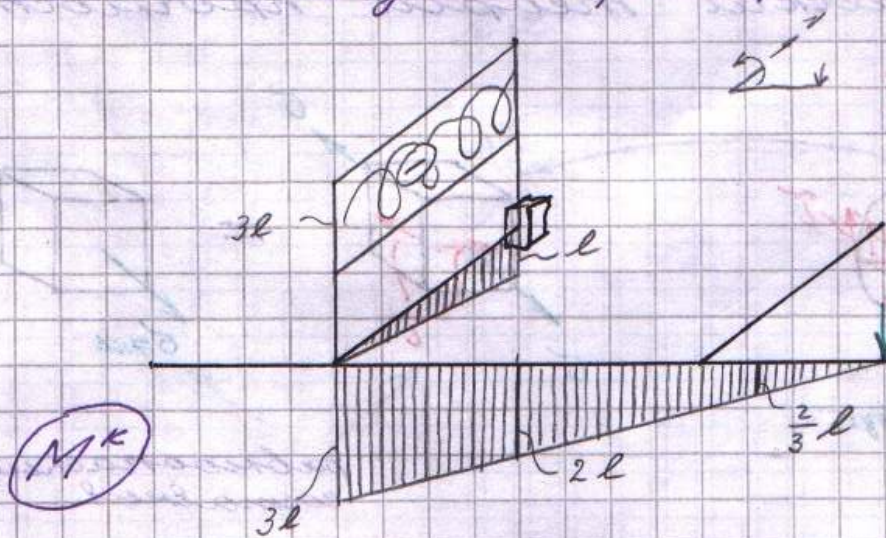
кручение

$$= \frac{Fl^3}{EJ_x} \left[-\frac{10}{9} + \frac{10}{9} \right] = 0.$$

III. Определение вертикального перемещения точки К:

~~можно~~ ^{можно} Для этого воспользуем

любой о.с. Возьмем, например, о.с. №2:



$$\bullet V_K = M^\Sigma \cdot M^K =$$

$$= \frac{1}{EJ_x} \left[\left(\frac{1}{2} Fl \cdot l \right) \cdot \frac{2}{3} l + \left(\frac{5}{9} Fl \cdot 2l \right) \cdot 2l + \right.$$

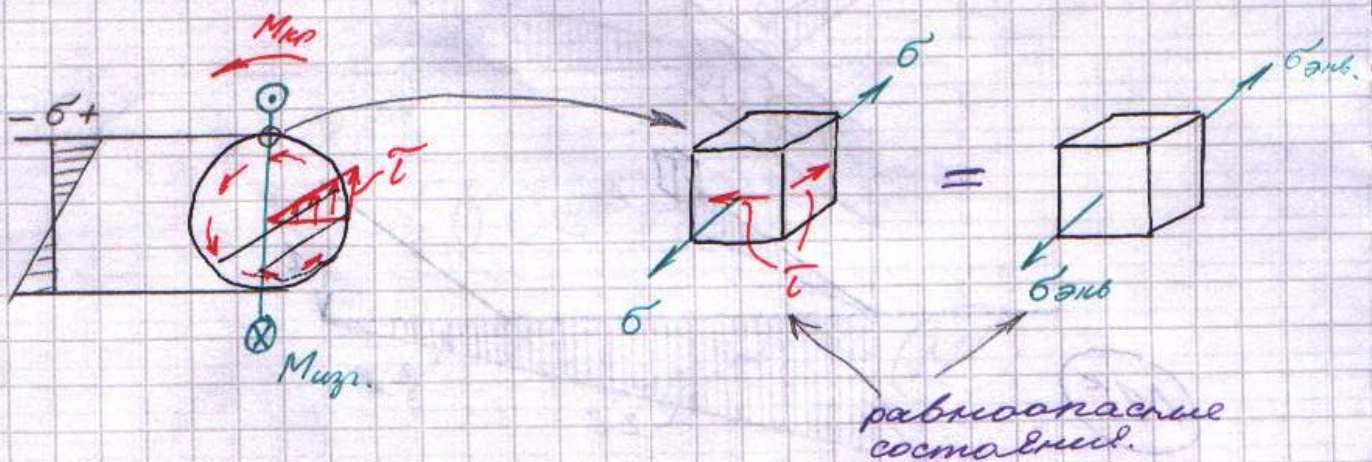
$$\left. + \left(\frac{1}{2} l \cdot l \right) \cdot \frac{8}{3} Fl - \frac{5}{4} \cdot \left(3l \cdot l \right) \frac{4}{9} Fl \right] =$$

кручение

$$= \frac{Fl^3}{EJ_x} \left[\frac{31}{33} + \frac{20}{9} + \frac{31}{33} - \frac{15}{9} \right] = \frac{11}{9} \cdot \frac{Fl^3}{EJ_x}$$

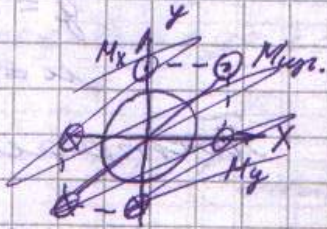
2) Определение диаметра поперечного сечения:

Энергетическая теория прочности:



$$\sigma_{\text{zwb}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

$$\sigma = \frac{M_{\text{zwb}}}{W} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_{\text{zwb}}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{32 M_{\text{zwb}}}{\pi d^3} = 2 \frac{16}{\pi d^3}$$



$$\tau = \frac{M_{\text{twp}}}{W_p} = \frac{16 M_{\text{twp}}}{\pi d^3}$$

$$\sigma_{\text{zwb}} = \sqrt{\left(\frac{16}{\pi d^3} \cdot 2 M_{\text{zwb}}\right)^2 + 3 \left(\frac{16}{\pi d^3} M_{\text{twp}}\right)^2} =$$

$$= \frac{16 \sqrt{4 M_{\text{zwb}}^2 + 3 M_{\text{twp}}^2}}{\pi d^3} = \frac{\sigma_T}{17T}$$

∴

d