Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище имени Н. Э. Баумана

А. С. ГАЗАРЯН, И.Д. СУХОВА

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ БАЛКИ

Методические указания
по выполнению расчетно-графических работ
по курсу
«Сопротивление материалов»

Москва 1987

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

Московское ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и
ордена Трудового Красного Знамени
высшее техническое училище им. Н.Э.Баумана

А.С.Газарян, Н.А.Сухова

Утверждены
редсоветом МВТУ

СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ БАЛКИ

Методические указания
по выполнению расчетно-графических работ
по курсу
"Сопротивление материалов"

Под редакцией И.Д.Кисенко

Москва 1987

Данные методические указания издаются в соответствии с учебным планом. Рассмотрены и одобрены кафедрой К-5 04.04.86 г., методической комиссией факультета К 09.04.86 г. и учебно-методическим управлением 02.06.86 г.

Рецензент к.т.н. доц. Гафинов В.И.

В настоящей методической разработке изложена методика расчета на прочность и жесткость статически определимых балок постоянного поперечного сечения, работающих в условиях прямого и косого изгиба, а также при внецентренном растяжении-сжатии. Рассмотрены конкретные задачи, решения которых приведены с соответствующими пояснениями, содержащими положения курса "Сопротивление материалов", рекомендации по выбору рациональных расчетных схем, способы проверки решения, а также вспомогательный материал (таблицы геометрических характеристик, формулы и т.д.).

Задачи 2 и 4 представлены в виде образцов выполнения расчетно-графических домашних заданий по разделу "Изгиб статически определимых балок".

Общие указания и рекомендации по методике выполнения расчетно-графических работ по курсу "Сопротивление материалов" изложены в методических указаниях "Растяжение-сжатие", авторы: А.С.Газарян и Г.П.Клюева.

З а д а ч а I

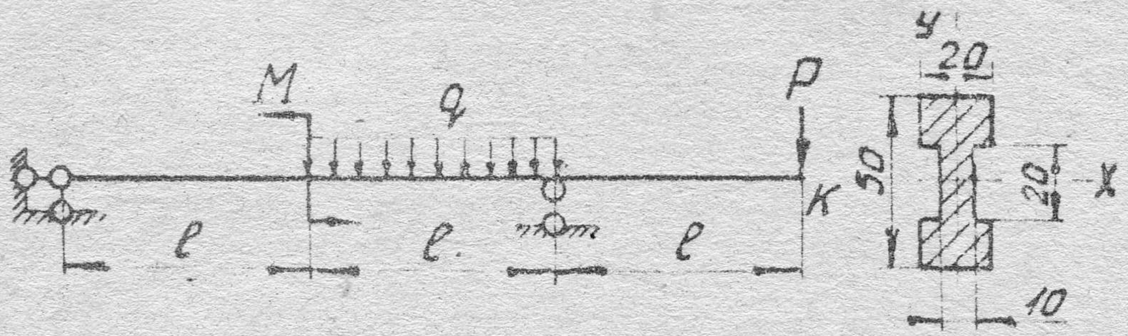


Рис. I

Для балки постоянного поперечного сечения (рис. I) требуется:

I) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x ;

2) определить коэффициент запаса по текучести $n_т$;

3) определить угол поворота θ_K сечения K;

4) изобразить вид оси изогнутой балки.

Дано: $q = 5кН$, $l = 0{,}5$ м, $P = ql$, $M = ql^2$,

$\sigma_{тр} = \sigma_{тсж} = \sigma_т = 280$ МПа,

$E = 2 \cdot 10^5$ МПа,

размеры сечения на рис. I даны в миллиметрах.

Р е ш е н и е

I. Построение эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x . Внутренние силовые факторы, как известно, определяют с помощью метода сечений.

Правило знаков, принятое для поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x , возникающих в поперечных сечениях балок при прямом поперечном изгибе, показано на рис. 2.

Ординаты, соответствующие положительным значениям поперечных сил и изгибающих моментов, откладывают вверх от нулевой линии эпюры, а отрицательным - вниз.

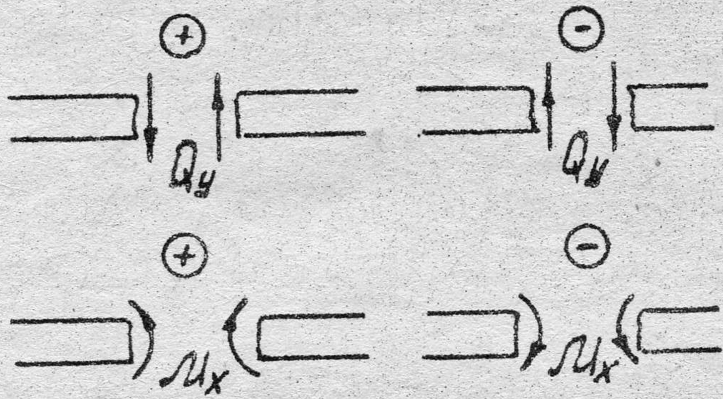


Рис. 2

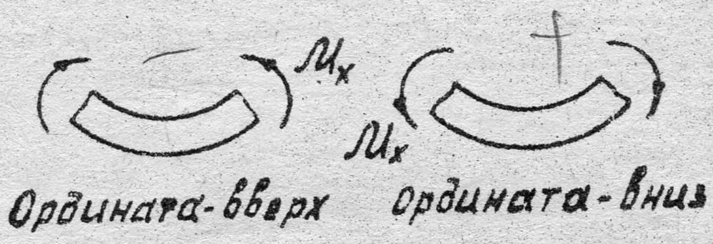


Рис. 3

Правило знаков для изгибающего момента можно сформулировать следующим образом: ординаты M_x откладывают на эпюре со стороны сжатой части стержня (рис. 3).

Для определения внутренних сил в сечениях, расположенных между опорами (см. рис. I), необходимо предварительно найти реакции опор. Из уравнений равновесия балки (рис. 4б)

$$\Sigma M_A = 0, \quad ql^2 - ql\cdot\frac{3}{2}l - ql\cdot 3l + R_B\cdot 2l = 0,$$

$$\Sigma M_B = 0, \quad -ql\cdot l + ql^2 + ql\cdot\frac{l}{2} - R_A\cdot 2l = 0,$$

$$\Sigma P_z = 0, \quad H_A = 0$$

следует

$$R_B = \frac{7}{4}ql, \qquad R_A = \frac{1}{4}ql.$$

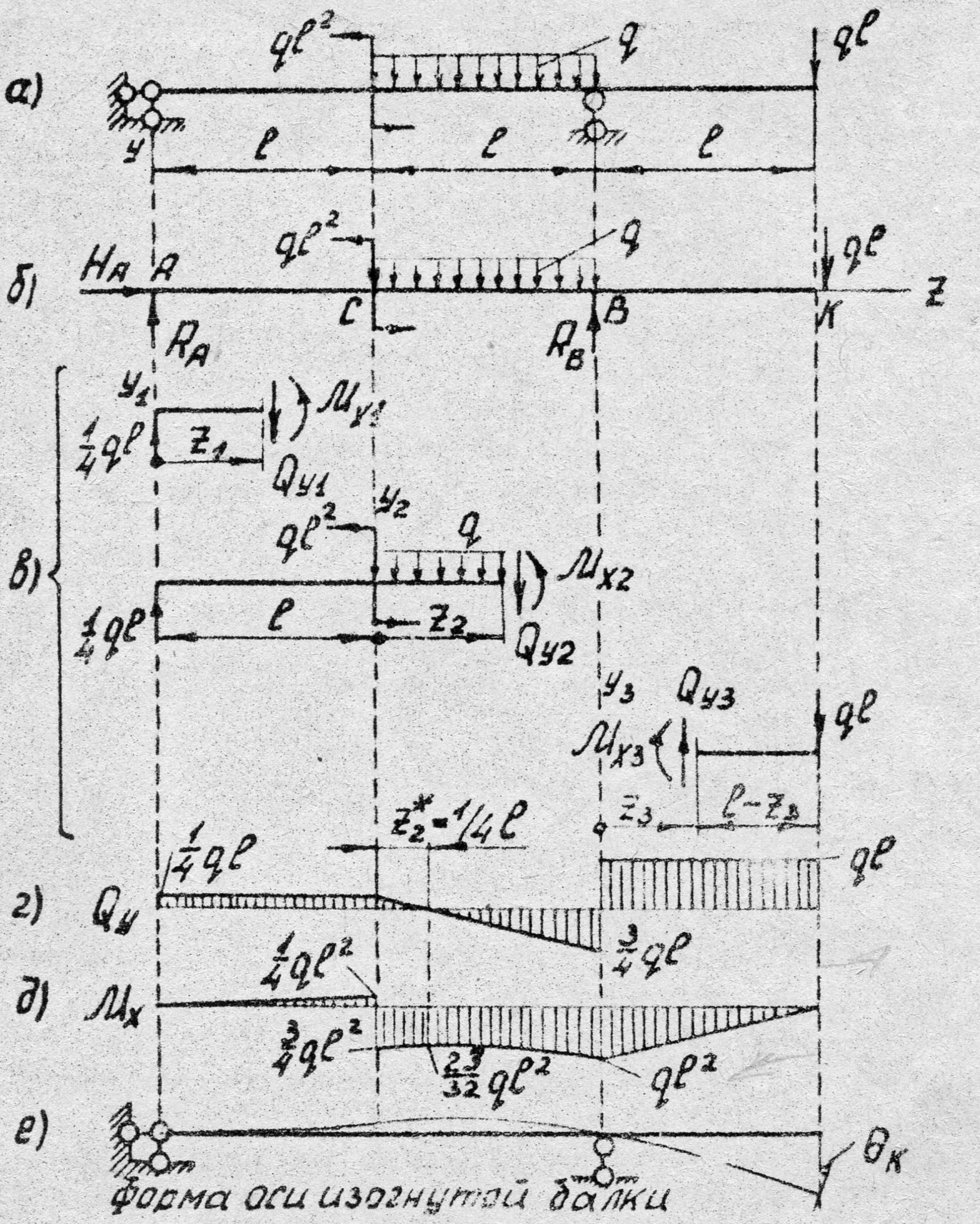


Рис. 4

На участках AC, CB и BK (рис. 4б) последовательно рассекаем балку и изображаем отсеченные части (рис. 4в). Для удобства дальнейших выкладок поперечные силы Q_{yi} и изгибающие моменты M_{xi} показаны положительными.

Составляем уравнения равновесия $\Sigma P_y = 0$ и $\Sigma M = 0$ для каждой отсеченной части и находим Q_{yi} и M_{xi}.

Участок AC:

$$0 \le z_1 \le l, \quad Q_{y1} = \frac{1}{4} ql, \quad M_{x1} = \frac{1}{4} ql \cdot z_1 .$$

Поперечная сила Q_{y1} на этом участке постоянна, изгибающий момент M_{x1} пропорционален координате сечения z_1.

Участок CB:

$$0 \le z_2 \le l, \quad Q_{y2} = \frac{1}{4} ql - qz_2 ,$$

$$M_{x2} = \frac{1}{4} ql(l + z_2) - ql^2 - \frac{qz_2^2}{2}.$$

На участке CB поперечная сила Q_{y2} – линейная функция координаты сечения z_2, а изгибающий момент M_{x2} – квадратичная функция. Исследуем функцию M_{x2} на экстремум.

$$\frac{dM_{x2}}{dz_2} = Q_{y2} = \frac{1}{4} ql - qz_2^* = 0, \quad \Rightarrow z_2^* = \frac{l}{4},$$

где z_2^* – координата сечения, в котором момент M_{x2} имеет экстремальное значение.

$$M_{x2\,\text{экстр}} = \frac{1}{4} ql\left(l + \frac{l}{4}\right) - ql^2 - \frac{q}{2}\left(\frac{l}{4}\right)^2 = -\frac{23}{32} ql^2.$$

Участок BK:

$$0 \le z_3 \le l, \quad Q_{y3} = ql, \quad M_{x3} = -ql(l - z_3).$$

На участке BK поперечная сила Q_{y3} постоянна, а изгибающий момент M_{x3} – линейная функция координаты сечения z_3.

На рис. 4г,д показаны эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, т.е. графики функций Q_{yi} и M_{xi}.

2. Определение коэффициента запаса по текучести. Коэффициент запаса по текучести $n_т$ для материалов, имеющих одинаковые пределы текучести при растяжении и сжатии

$$n_т = \frac{\sigma_т}{|\sigma|_{max}}.$$

Так как оси X, Y являются осями симметрии поперечного сечения балки (см. рис. I), т.е. главными центральными осями, и все нагрузки лежат в плоскости, проходящей через главную ось Y, то балка испытывает прямой изгиб и напряжения определяются по формуле

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\,max}}{W_x}.$$

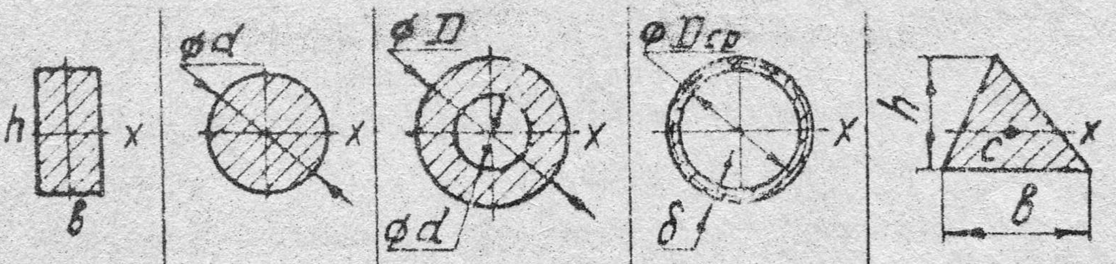
Наибольший изгибающий момент (рис. 4д)

$$M_{x\,max} = ql^2.$$

Осевой момент сопротивления

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}},$$

где I_x - осевой момент инерции, определяемый для простейших фигур по формулам, приведенным на рис. 5, а для сложных фигур (с учетом того, что момент инерции составной фигуры равен сумме моментов инерции фигур, ее составляющих) с помощью теорем о параллельном переносе и повороте осей.



$J_x = \frac{bh^3}{12}$	$J_x = \frac{\pi d^4}{64}$	$J_x = \frac{\pi D^4}{64}\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4\right]$	$J_x = \frac{\pi D_{cp}^3 \delta}{8}$	$J_x = \frac{bh^3}{36}$

Рис. 5

Сечение (рис. 6) можно представить как разность большого прямоугольника со сторонами 2 и 5 см и двух маленьких со сторонами 0,5 и 2 см, поэтому

$$I_x = \frac{2\cdot 5^3}{12} - 2\cdot\frac{0{,}5\cdot 2^3}{12} = 20{,}2\ см^4,$$

$$W_x = \frac{20{,}2}{2{,}5} = 8{,}07\ см^3.$$

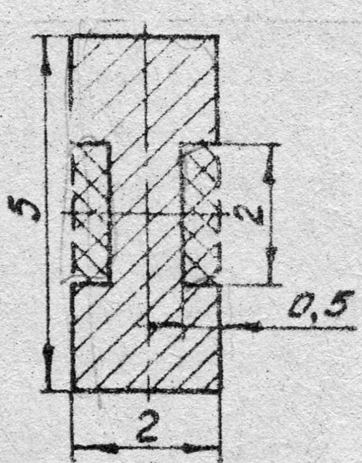


Рис. 6

Наибольшее напряжение

$$\sigma_{max} = \frac{ql^2}{W_x} = \frac{5\cdot 10^3\cdot 0{,}5^2}{8{,}07\cdot 10^{-6}} =$$

$$= 155\cdot 10^6\ Па = 155\ МПа.$$

Коэффициент запаса по текучести

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{280}{155} = 1{,}8 .$$

3. Определение угла поворота сечения. Для определения углового перемещения используем метод Мора. В соответствии с этим методом к балке, с которой снята вся заданная нагрузка, в сечении, перемещение которого требуется найти, следует приложить единичный силовой фактор, соответствующий искомому перемещению (силу – при определении линейного перемещения, момент – при определении углового перемещения), а затем вычислить интеграл Мора:

$$\delta = \int\limits_{l} \frac{M_x^{(P)} \cdot M_x^{(1)}}{EI_x} dz ,$$

где $M_x^{(P)}$ – изгибающий момент от заданной нагрузки;

$M_x^{(1)}$ – изгибающий момент от единичной нагрузки;

EI_x – изгионая жесткость.

При определении $M_x^{(1)}$ следует не забывать, что внутренние силы, вызванные единичной нагрузкой, находятся по тем же правилам, что и от заданных внешних сил. В частности, от единичной нагрузки, как и от любой другой, если она не самоуравновешена, возникают опорные реакции.

Если одна из функций в интеграле Мора линейна и жесткость балки EI_x постоянна, то значение δ можно найти по способу Верещагина, "перемножив" эпюры $M_x^{(P)}$ и $M_x^{(1)}$ (рис. 7). "Перемножить" две эпюры – значит площадь эпюры умножить на ординату другой эпюры, находящейся под центром тяжести первой, и результаты разделить на жесткость. Эпюра, площадь которой вычисляется, должна быть на рассматриваемом участке знакопостоянной, а эпюра, с которой берется ордината, должна быть линейной на том же участке. Знак произведения положителен, если перемножаемые ордината и площадь расположены по одну сторону от нулевой линии.

Для справки в таблице приведены величины площадей и координат центров простейших фигур, на которые может быть "расслоена" практически любая эпюра изгибающих моментов.

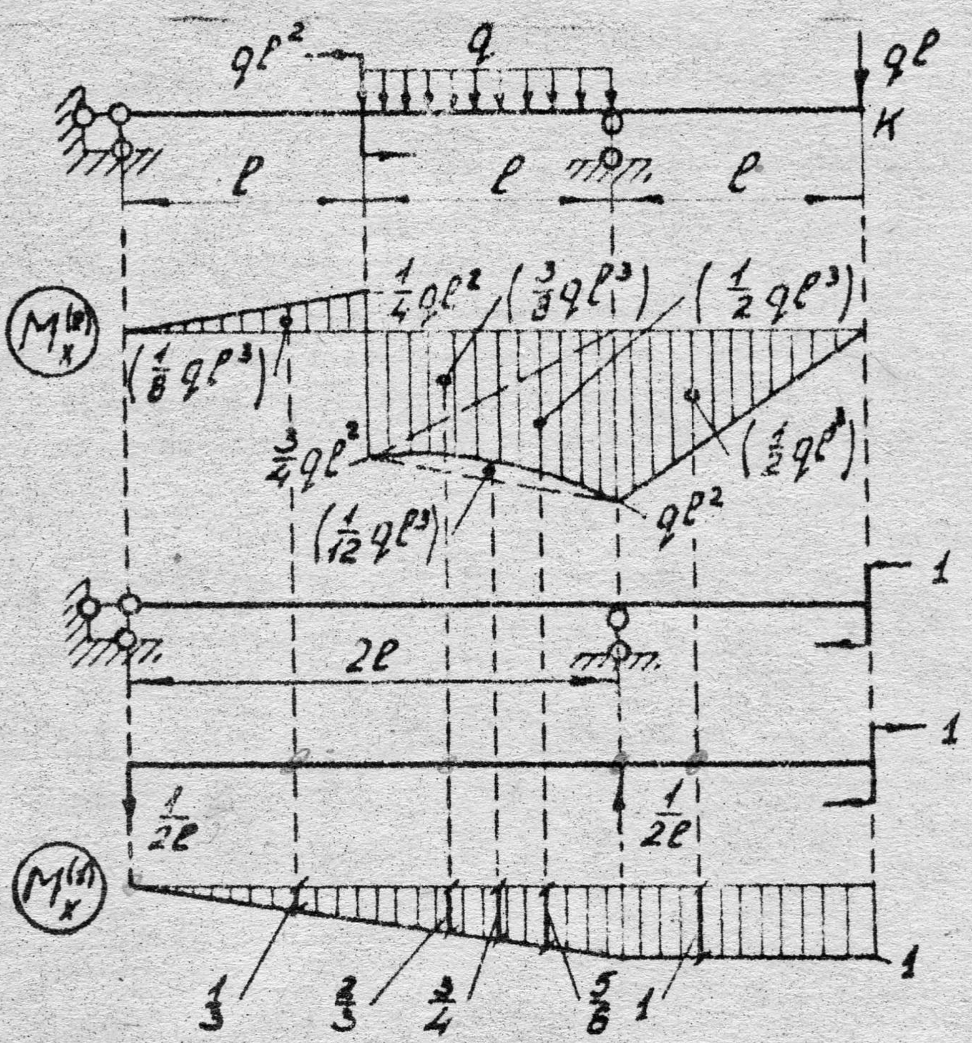


Рис. 7

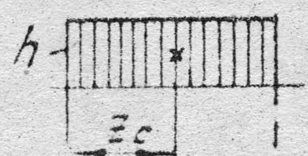
На эпюре $M_x^{(P)}$ (см. рис. 7) пунктиром показано "расслоение" и даны значения площадей фигур (в круглых скобках), а на эпюре $M_x^{(1)}$ жирными линиями выделены соответствующие ординаты. Используя эти данные, получим

$$\theta_K = \frac{1}{EI_x}\left[-\left(\frac{1}{8}ql^3\right)\cdot\frac{1}{3}+\left(\frac{3}{8}ql^3\right)\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{2}ql^3\right)\cdot\frac{5}{6}-\left(\frac{1}{12}ql^3\right)\frac{3}{4}+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{1}{2}ql^3\right)\cdot 1\right]=\frac{17}{16}\,\frac{ql^3}{EI_x}=\frac{17\cdot 5\cdot 10^3\cdot 0{,}5^3}{16\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 20{,}2\cdot 10^{-8}}=0{,}0164\,рад.$$

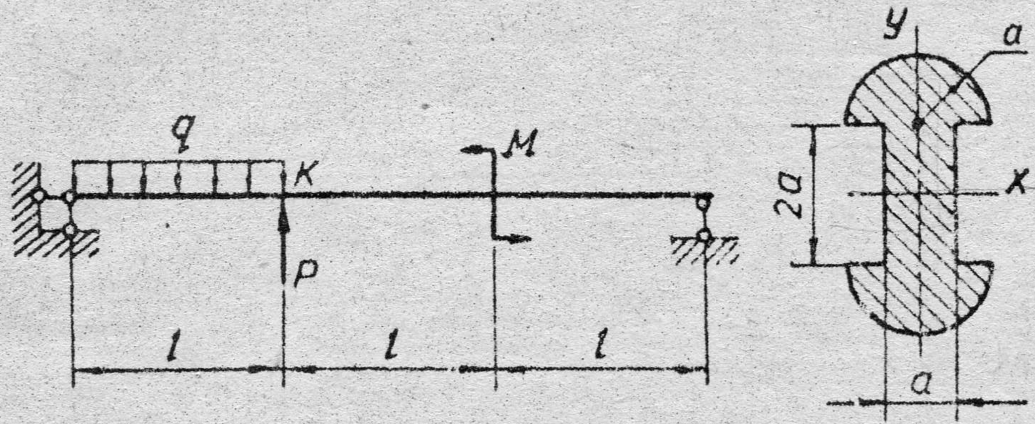
Знак результата вычислений определяет направление перемещения: знак плюс показывает, что направления перемещения и единичной нагрузки совпадают, знак минус показывает, что эти направления противоположны. В данном случае, следовательно, сечение K поворачивается по часовой стрелке на угол $\theta_K = 0{,}0164$ рад.

4. Построение оси изогнутой балки. Для того чтобы изобразить примерный вид оси изогнутой балки (упругую линию балки), вспомним, что ординаты эпюры M_x (см. рис. 4д) соответствии с правилом знаков отложены со стороны сжатой части балки, следовательно, кривизна упругой линии на участке AC положительна, на участке CK отрицательна. Кроме того, следует не забывать об условиях закрепления балки: линейные перемещения сечений A и B равны нулю. Примерный вид оси изогнутой балки показан на рис. 4е.

Вид эпюры	Площадь	Координата центра тяжести z_c
	bh	$\frac{1}{2}b$
	$\frac{1}{2}bh$	$\frac{1}{3}b$
	$\frac{1}{3}bh$	$\frac{1}{4}b$
	$\frac{2}{3}bh$ $f = \frac{qb^2}{8}$	$\frac{1}{2}b$

q-интенсивность нагрузки

Задача 2*



Для балки постоянного сечения требуется:

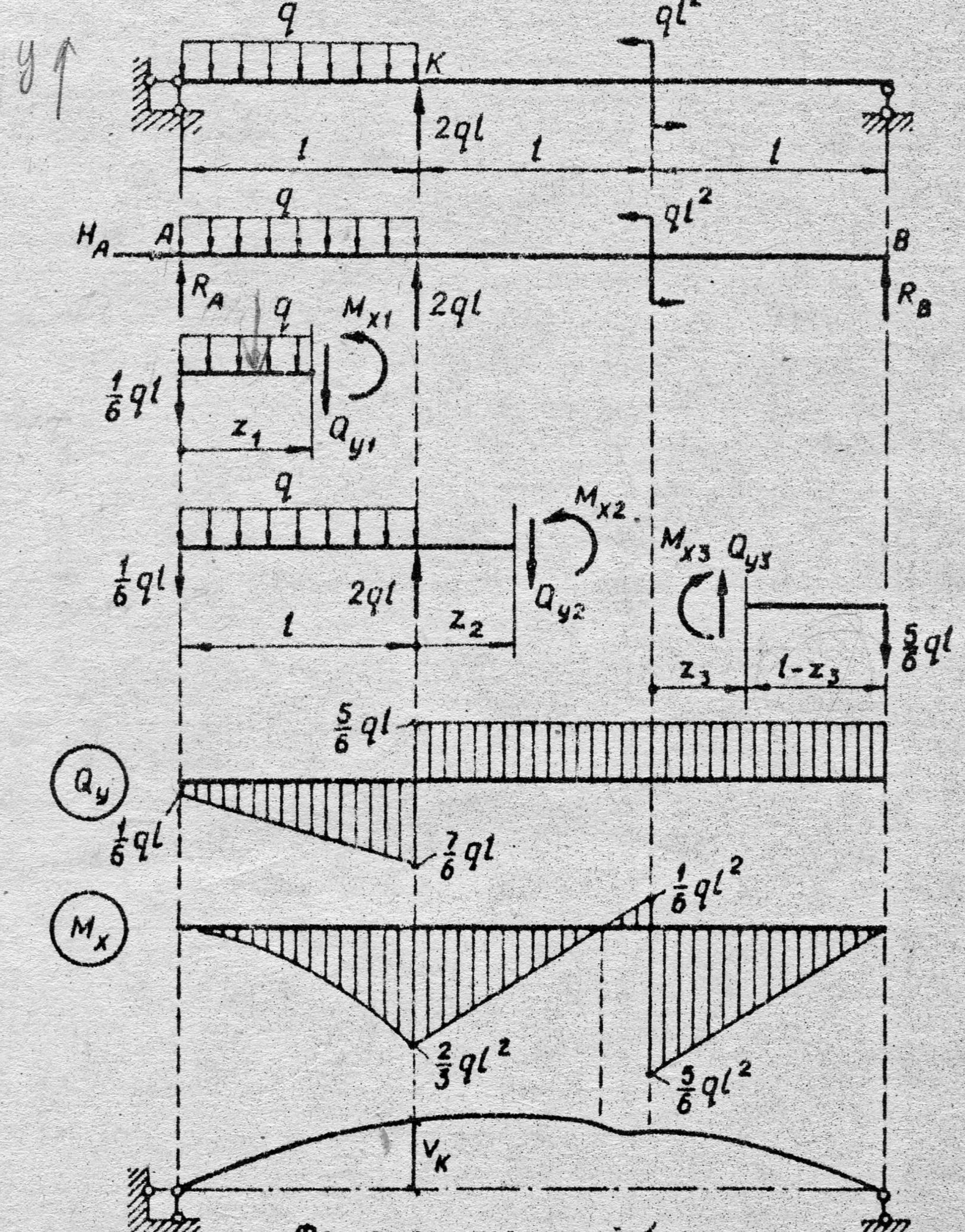
1) построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x;
2) определить размер a поперечного сечения;
3) определить линейное перемещение v_K сечения K;
4) изобразить форму оси изогнутой балки.

Дано: $q = 8$ кН/м, $l = 0{,}5$ м, $P = 2ql$, $M = ql^2$,
$\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = 320$ МПа, $n_т = 1{,}5$, $E = 2\cdot10^5$ МПа.

---

* Решение задачи 2 дано как образец оформления решений задач в расчетно-графических домашних заданиях.

1. *Построение эпюр поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x*



Форма оси изогнутой балки

Уравнения статического равновесия:

$$\Sigma M_A = 0, \quad -ql\cdot\frac{l}{2} + 2ql\cdot l + ql^2 + R_B\cdot 3l = 0, \qquad R_B = -\frac{5}{6}ql;$$

$$\Sigma M_B = 0, \quad ql^2 - 2ql\cdot 2l + ql\cdot\frac{5}{2}l - R_A\cdot 3l = 0, \qquad R_A = -\frac{1}{6}ql.$$

Поперечные силы и изгибающие моменты

Участок 1: $0 \le z_1 \le l, \quad -\frac{1}{6}ql - qz_1 - Q_{y1} = 0, \quad Q_{y1} = -\frac{1}{6}ql - qz_1;$

$M_{x1} = -\frac{1}{6}qlz_1 - \frac{qz_1^2}{2}, \quad \frac{dM_{x1}}{dz_1} = Q_{y1} = -\frac{1}{6}ql - qz_1^* = 0, \quad z_1^* = -\frac{1}{6}l;$

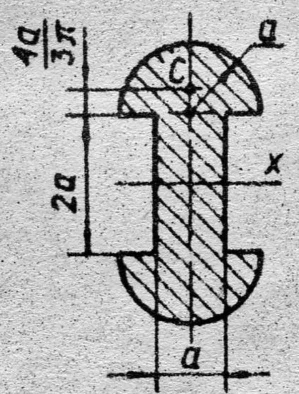
в пределах участка 1 функция M_{x1} не имеет экстремума.

Участок 2: $0 \le z_2 \le l, \quad -\frac{1}{6}ql - ql + 2ql - Q_{y2} = 0, \quad Q_{y2} = \frac{5}{6}ql;$

$M_{x2} = -\frac{1}{6}ql(l+z_2) - ql\left(\frac{l}{2}+z_2\right) + 2qlz_2 = -\frac{2}{3}ql^2 + \frac{5}{6}qlz_2.$

Участок 3: $0 \le z_3 \le l, \quad Q_{y3} = \frac{5}{6}ql, \quad M_{x3} = -\frac{5}{6}ql(l-z_3).$

2. Определение размера a поперечного сечения



Условие прочности $\sigma_{max} = \frac{\sigma_T}{n_T}$.

Наибольшее напряжение

$$\sigma_{max} = \frac{M_{x\,max}}{W_x},$$

$$M_{x\,max} = \frac{5}{6}ql^2, \qquad W_x = \frac{I_x}{y_{max}}.$$

Осевой момент инерции

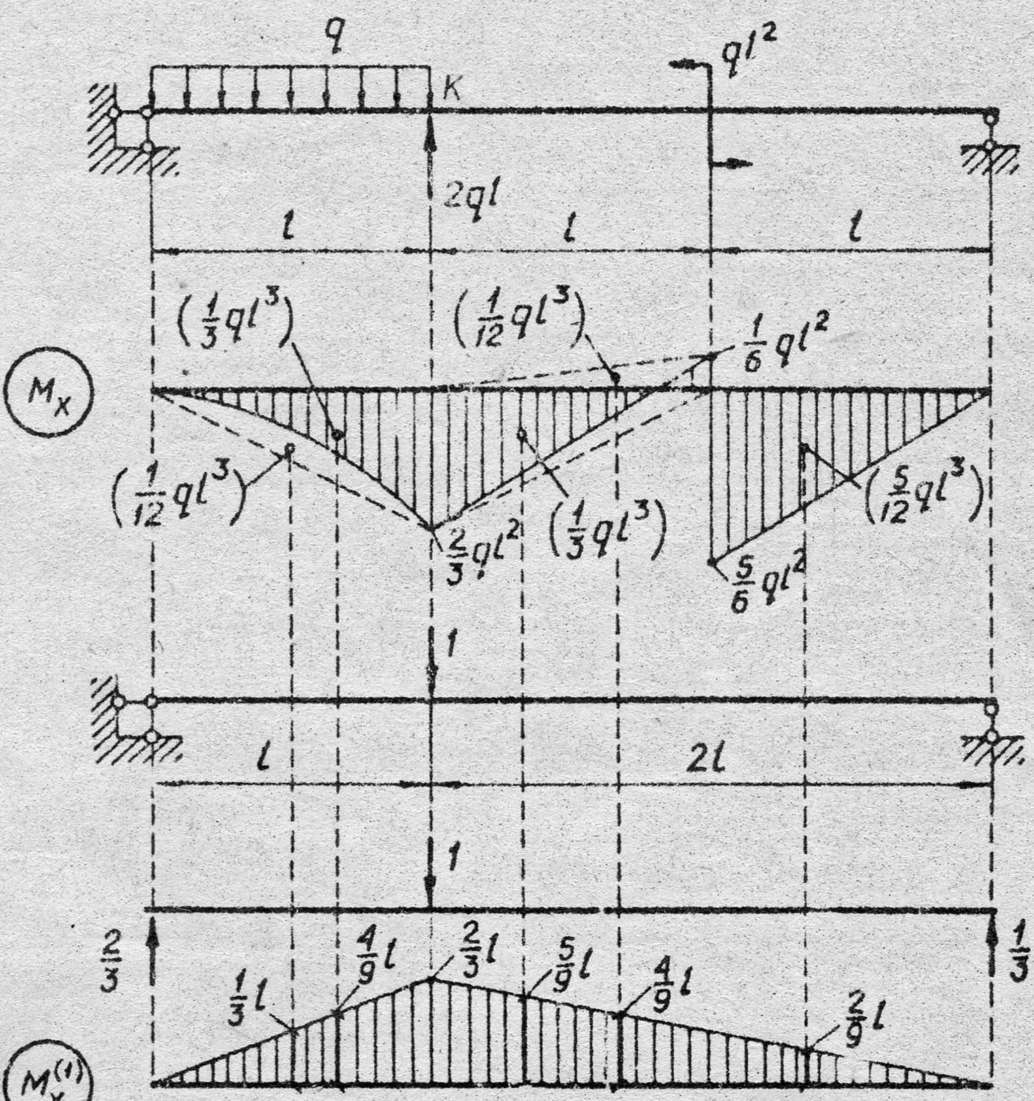
$$I_x = \frac{a(2a)^3}{12} + 2\left[\frac{\pi a^4}{8} - \left(\frac{4a}{3\pi}\right)^2\cdot\frac{\pi a^2}{2} + \left(\frac{4a}{3\pi}+a\right)^2\cdot\frac{\pi a^2}{2}\right] = 7{,}26\,a^4.$$

Осевой момент сопротивления $\quad W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{7{,}26a^4}{2a} = 3{,}63a^3.$

Условие прочности $\quad \frac{5ql^2}{6\cdot 3{,}63a^3} = \frac{\sigma_T}{n_T},$

$$a = \sqrt[3]{\frac{5ql^2 n_T}{6\cdot 3{,}63\sigma_T}} = \sqrt[3]{\frac{5\cdot 8\cdot 10^3\cdot 0{,}5^2\cdot 1{,}5}{6\cdot 3{,}63\cdot 320\cdot 10^6}} = 1{,}29\cdot 10^{-2}\,м \cong 13\ мм.$$

3. Определение линейного перемещения v_K сечения K



$$v_K = \frac{1}{EI_x}\Big[-\left(\frac{1}{3}ql^3\right)\cdot\frac{4}{9}l + \left(\frac{1}{12}ql^3\right)\cdot\frac{1}{3}l + \left(\frac{1}{12}ql^3\right)\cdot\frac{4}{9}l - \left(\frac{1}{3}ql^3\right)\cdot\frac{5}{9}l - \left(\frac{5}{12}ql^3\right)\cdot\frac{2}{9}l\Big] = -\frac{13ql^4}{36EI_x},$$

$$v_K = -\frac{13\cdot 8\cdot 10^3\cdot 0{,}5^4}{36\cdot 2\cdot 10^5\cdot 10^6\cdot 7{,}26\cdot 1{,}3^4\cdot 10^{-8}} = -4{,}35\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Сечение K получает перемещение вверх на 4,35 мм.

З а д а ч а 3

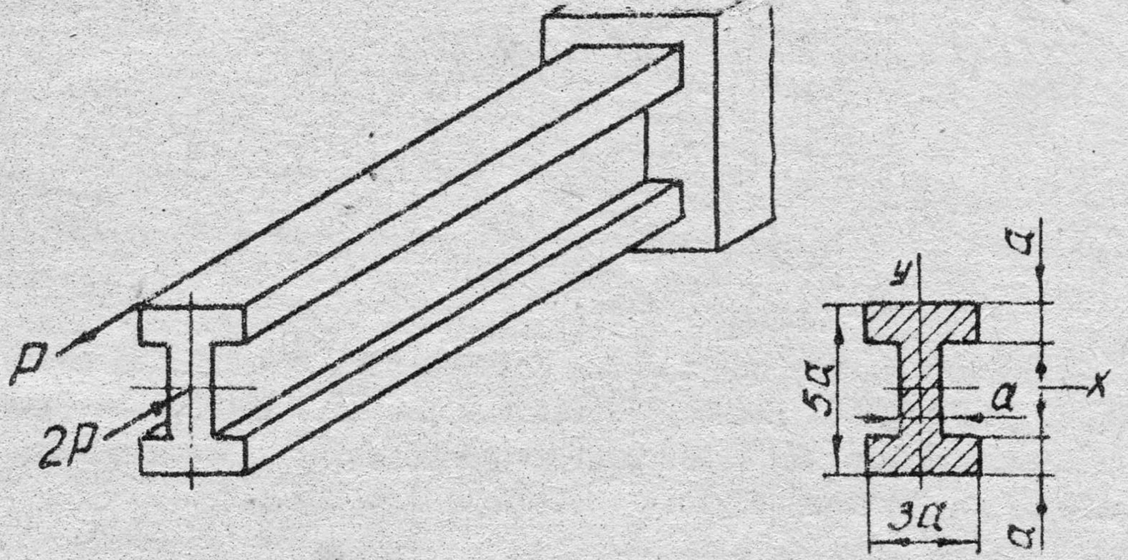


Рис. 8

Для нагруженного по схеме рис. 8 стержня требуется:

1) определить положение нейтральной линии и построить эпюру напряжений в опасном поперечном сечении;

2) определить коэффициент запаса по текучести.

Дано: $P = 9$ кН, $a = 10$ мм, $\sigma_{тр} = \sigma_{тсж} = 200$ МПа.

Р е ш е н и е

I. Напряжения в опасном поперечном сечении стержня. Для определения положения опасного сечения исследуем распределение внутренних силовых факторов по длине стержня, применив метод сечений.

Условия равновесия отсеченной части стержня показывают, что значения внутренних силовых факторов N, M_x, M_y (рис. 9) не зависят от положения поперечного сечения, по которому проведен разрез. Следовательно, внутренние силы во всех поперечных сечениях одинаковы, поперечные сечения стержня равноопасны.

Оси x и y (см. рис. 8), как оси симметрии поперечного сечения, являются его главными центральными осями

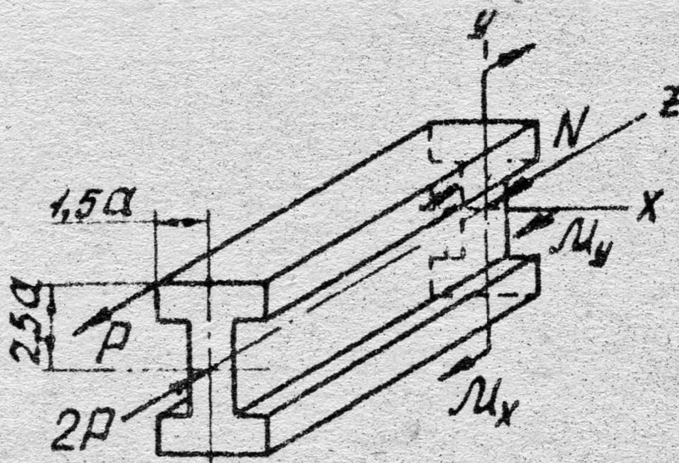


Рис. 9

Так как внутренние силовые факторы есть проекции на оси x, y, z (см. рис. 9) главного момента и главного вектора внутренних сил, приведенных к центру тяжести сечения, запишем условия равновесия отсеченной части стержня в виде

$$\Sigma P_z = 0, \quad \Sigma M_x = 0, \quad \Sigma M_y = 0,$$

откуда следует $N = P$, $M_x = 2{,}5Pa$, $M_y = 1{,}5Pa$

(здесь и далее значения внутренних силовых факторов N, M_x и M_y указываются по абсолютной величине). Нормальное напряжение в любой точке поперечного сечения определяется как алгебраическая сумма нормальных напряжений, возникающих в этой точке от каждого внутреннего силового фактора.

Формула для вычисления напряжений записывается обычно для точки с положительными координатами x и y, т.е. для точки, лежащей в первой четверти сечения, причем растягивающим напряжениям присваивается знак плюс, сжимающим - знак минус.

В данном случае (рис. 10) в точках первой четверти напряжения, соответствующие моменту M_x - растягивающие, моменту M_y - сжимающие, продольной силе N - сжимающие, поэтому для произвольной точки с координатами x, y получим

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y - \frac{M_y}{I_y} \cdot x - \frac{N}{F}.$$

Это уравнение можно использовать и для определения напряжения в любой точке сечения с учетом конкретных значений координат x и y этой точки.

сдана в б МУ

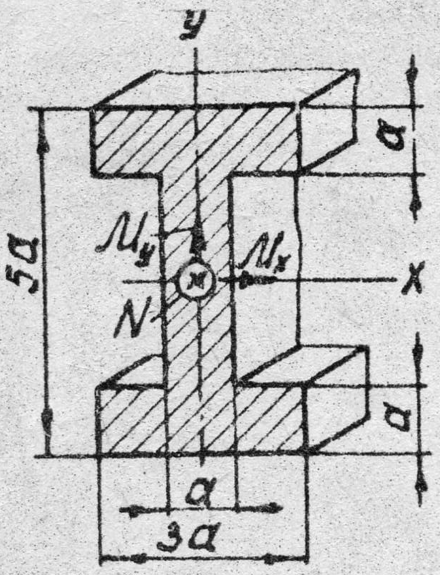


Рис. I0

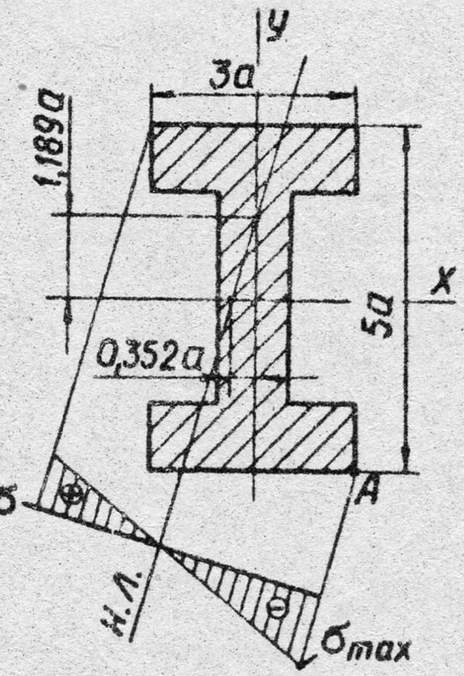


Рис. II

Геометрические характеристики сечения (см. рис. 9):

$$I_x = \frac{3a(5a)^3}{12} - \frac{2a\cdot(3a)^3}{12} = \frac{107}{4}a^4,$$

$$I_y = 2\,\frac{a(3a)^3}{12} + \frac{3a\cdot a^3}{12} = \frac{19}{4}a^4,$$

$$F = 9a^2.$$

Отметим, что в данном случае $I_x \neq I_y$ и, следовательно, балка находится в условиях косого изгиба.

Уравнение нейтральной линии, т.е. линии, в точках которой напряжения σ равны нулю, имеет вид

$$\frac{M_x}{I_x}\cdot y - \frac{M_y}{I_y}\cdot x - \frac{N}{F} = 0,$$

$$\frac{2{,}5Pa}{\frac{107}{4}a^4}\cdot y - \frac{1{,}5Pa}{\frac{19}{4}a^4}x - \frac{P}{9a^2} = 0$$

или

$$\frac{x}{-0,352a} + \frac{y}{1,189a} = 1.$$

В соответствии с полученным уравнением указываем на чертеже сечения (рис. II) положение нейтральной линии и строим эпюру напряжений σ. Наибольшее по абсолютной величине напряжение σ_{max} возникает в точке $A(1,5a;\ -2,5a)$, наиболее удаленной от нейтральной линии:

$$\sigma_A = \frac{2,5Pa}{\frac{107}{4}a^4}\left(-\frac{5}{2}a\right) - \frac{1,5Pa}{\frac{19}{4}a^4}\cdot\frac{3}{2}a - \frac{P}{9a^2} = -0,818\frac{P}{a^2},$$

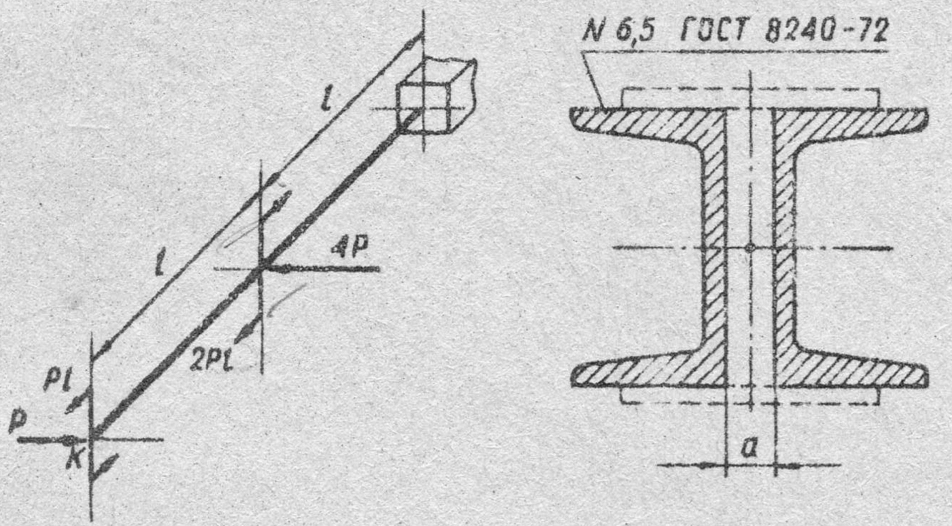
$$\sigma_{max} = |\sigma_A| = 0,818\frac{P}{a^2} = 0,818\frac{9\cdot10^3}{1\cdot10^{-4}} = 73,6\cdot10^6\ Па,$$

$$\sigma_{max} = 73,6\ МПа.$$

2. Коэффициент запаса по текучести

$$n_т = \frac{\sigma_т}{\sigma_{max}} = \frac{200}{73,6} = 2,7.$$

Задача 4*



Для заданной балки требуется:

1) построить эпюру изгибающих моментов;

2) определить положение нейтральной линии и построить эпюру нормальных напряжений в опасном сечении;

3) вычислить коэффициент запаса по текучести;

4) определить линейное перемещение сечения K.

Дано: $P = 2$ кН, $l = 0{,}5$ м, $a = 10$ мм,

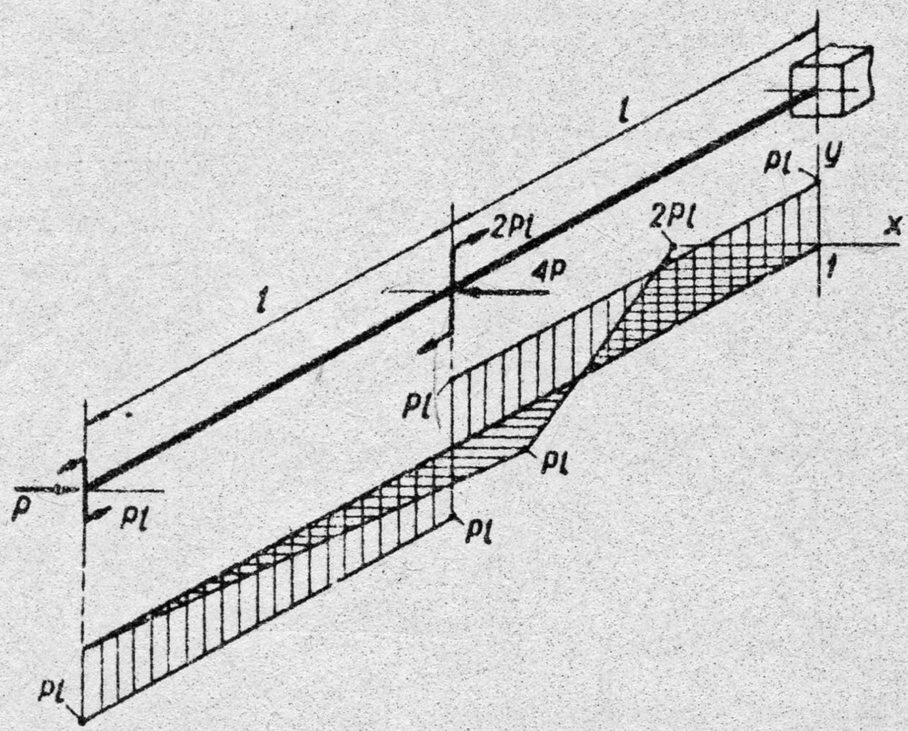
$$\sigma_{тр} = \sigma_{тс} = \sigma_т = 200 \text{ МПа}, \quad E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Примечание: при вычислении моментов инерции сечения не учитывать наличие накладок (показаны на чертеже пунктиром), связывающих два швеллера в единую балку.

---

* Решение задачи 4 дано как образец оформления решений задач в расчетно-графических домашних заданиях.

1. Эпюры изгибающих моментов M_x и M_y

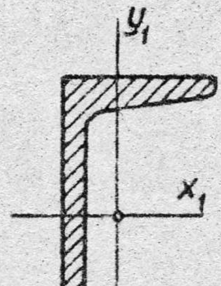


Наиболее напряженным является сечение I.

Изгибающие моменты в сечении 1:

$$M_x = Pl, \quad M_y = 2Pl.$$

2. Главные центральные моменты инерции поперечного сечения



Швеллер N 6,5

ГОСТ 8240-72

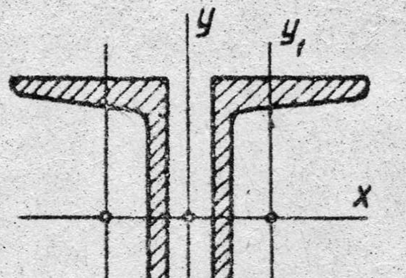
$I_{x_1} = 48{,}6\ см^4$

$I_{y_1} = 8{,}70\ см^4$

$F = 7{,}51\ см^2$

$b = 3{,}6\ см$

$z_0 = 1{,}24\ см$



Оси x и y — оси симметрии сечения и, следовательно, главные центральные оси.

$$I_x = 2I_{x_1} = 2\cdot 48,6 = 97,2 \text{ см}^4,$$

$$I_y = 2\left[I_{y_1} + F\left(\frac{a}{2} + z_0\right)^2\right] =$$

$$= 2\left[8,70 + 7,51(0,5 + 1,24)^2\right] = 62,9 \text{ см}^4.$$

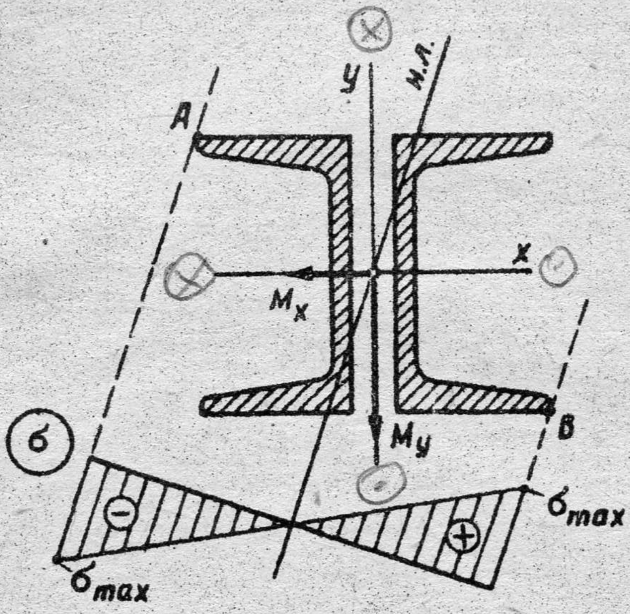
Учитывая, что $I_x \neq I_y$ и плоскость суммарного изгибающего момента не проходит через ось x или ось y, заключаем, что изгиб косой.

3. Положение нейтральной линии и эпюры нормальных напряжений в поперечном сечении 1

Уравнение для определения напряжений

$$\sigma = -\frac{M_x}{I_x}y + \frac{M_y}{I_y}x.$$

Уравнение нейтральной линии $\sigma = 0 \longrightarrow y = \frac{I_x}{I_y}\cdot\frac{M_y}{M_x}\cdot x.$



Подставим значения

$I_x = 97,2$ см^4,

$I_y = 62,9$ см^4,

$M_x = Pl$,

$M_y = 2Pl$

и получим

$$y = \frac{97,2}{62,9}\cdot\frac{2Pl}{Pl}\,x = 3,09\,x.$$

Наибольшее нормальное напряжение

$$\sigma_{max} = \sigma_B = |\sigma_A| = -\frac{M_x}{I_x} y_B + \frac{M_y}{I_y} x_B \ ,$$

$$x_B = 4{,}1 \text{ см}, \quad y_B = -3{,}25 \text{ см} \ ,$$

$$\sigma_{max} = -\frac{2\cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{97{,}2\cdot 10^{-8}}\left(-3{,}25\cdot 10^{-2}\right) + \frac{2\cdot 2\cdot 10^3\cdot 0{,}5}{62{,}9\cdot 10^{-8}}\cdot 4{,}1\cdot 10^{-2} = 164\cdot 10^6 \text{ Па},$$

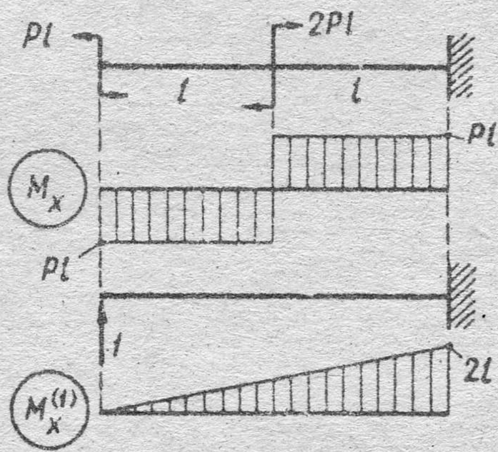
$$\sigma_{max} = 164 \text{ МПа}.$$

4. Коэффициент запаса по текучести

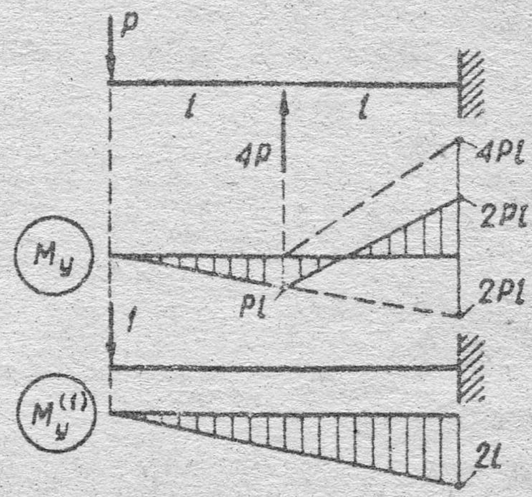
$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}} = \frac{200}{164} = 1{,}2.$$

5. Линейное перемещение сечения К*

а) Вертикальное перемещение v



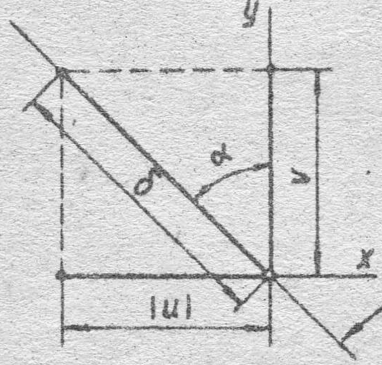
б) Горизонтальное перемещение u



* При определении перемещений при косом изгибе, как и при определении напряжений, используем принцип суперпозиции: перемещение δ от всей заданной нагрузки равно геометрической сумме перемещений v и u от вертикальной и горизонтальной нагрузок соответственно.

а) $v = \frac{1}{EI_x}\left(-Pl\cdot l\cdot\frac{1}{2}l + Pl\cdot l\cdot\frac{3}{2}l\right) = \frac{Pl^3}{EI_x}$ (вверх);

б) $u = \frac{1}{EI_y}\left(\frac{1}{2}\cdot 2Pl\cdot 2l\cdot\frac{4}{3}l - \frac{1}{2}\cdot 4Pl\cdot l\cdot\frac{5}{3}l\right) = -\frac{2Pl^3}{3EI_y}$ (влево);



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{|u|}{v} = \frac{2I_x}{3I_y} = \frac{2\cdot 97{,}2}{3\cdot 62{,}9} = 1{,}030,$$

$$\alpha = 45{,}8^\circ.$$

направление полного перемещения

Полное линейное перемещение сечения K

$$\delta = \sqrt{v^2 + u^2} = v\sqrt{1 + \left(\frac{u}{v}\right)^2} = \frac{Pl^3}{EI_x}\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha},$$

$$\delta = \frac{2\cdot 10^3\cdot 0{,}5^3}{2\cdot 10^{11}\cdot 97{,}2\cdot 10^{-8}}\sqrt{1 + 1{,}03^2} = 1{,}846\cdot 10^{-3}\ \text{м},$$

$$\delta = 1{,}85\ \text{мм}.$$

Редактор О.М.Королева Корректор Л.И.Малютина

Заказ 655 Объем I,5 п.л.(I,5 уч.-изд.л.) Тираж 2000 экз.
Бесплатно. Подписано к печати 24.04.87 г. План 1986 г., № 94.

Типография МВТУ. 107005, Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5.