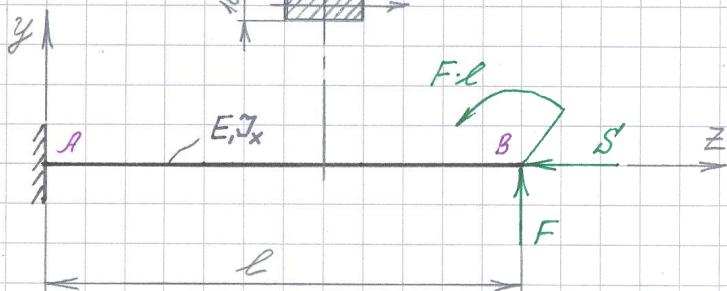
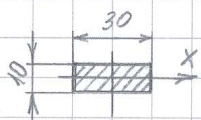


1



Дано: $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$F = 100 \text{ Н}$$

$$S = 500 \text{ Н}$$

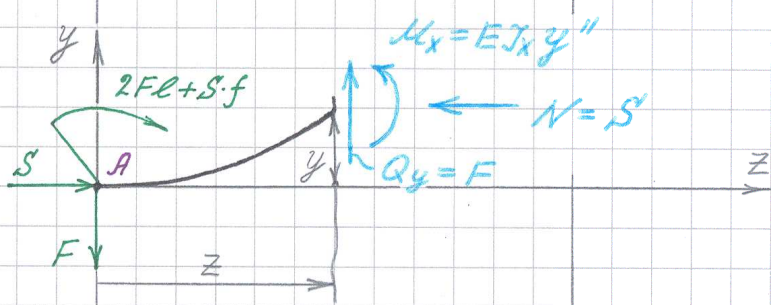
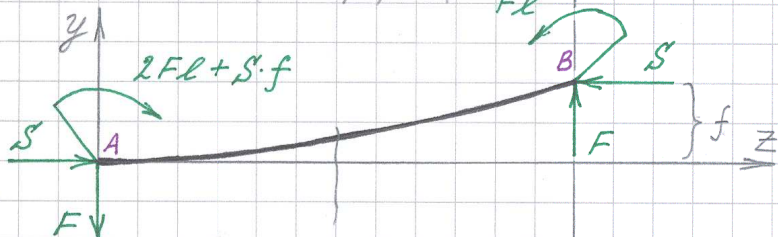
$$A = 0,0003 \text{ м}^2$$

$$J_x = 25 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4$$

$$W_x = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3$$

$$\sigma_T = 765 \text{ МПа}$$

равновесная
форма



Найти:

$$V_B = ? ; \theta_B = ?$$

$$\sigma_{\max} = ?$$

$$\eta_T = ?$$

$$\sum M_A = 0 = -(2Fl + S \cdot f) + Fz + EJ_x y'' + S \cdot y$$

$$y'' + \frac{S}{EJ_x} \cdot y = \frac{S}{S} \frac{F}{EJ_x} (2l - z) + \frac{S}{EJ_x} f$$

$$d^2 \equiv \frac{S}{EJ_x}$$

$$y'' + d^2 y = d^2 \left[\frac{F}{S} (2l - z) + f \right]$$

Общий интеграл (решение уравнения):

$$y = C_1 \sin dz + C_2 \cos dz + \frac{F}{S} (2l - z) + f$$

$$y' = d \cdot C_1 \cos dz - d \cdot C_2 \sin dz - \frac{F}{S}$$

$$y'' = -d^2 C_1 \sin dz - d^2 C_2 \cos dz$$

Постоянные C_1, C_2 и f определяем из ТУ:

$$1) z=0: y=0 \Rightarrow C_2 + \frac{2Fl}{S} + f = 0 \quad (1)$$

$$2) z=0: y'=0 \Rightarrow d \cdot C_1 - \frac{F}{S} = 0 \quad (2)$$

$$3) z=l: y=f \Rightarrow C_1 \cdot \sin dl + C_2 \cdot \cos dl + \frac{F \cdot l}{S} + f = f$$

$$C_1 \cdot \sin dl + C_2 \cdot \cos dl + \frac{Fl}{S} = 0 \quad (3)$$

⇓

$$C_1 = \frac{F}{d \cdot S}$$

$$C_2 = -\frac{F}{S \cdot \cos dl} \left[\frac{\sin dl}{d} + l \right]$$

$$f = \frac{F}{S} \left[\frac{\operatorname{tg} dl}{d} + \frac{l}{\cos dl} - 2l \right]$$

Итого:

$$y = C_1 \cdot \sin dz + C_2 \cdot \cos dz + \frac{F}{S} (2l - z) + f =$$

$$= \frac{F}{S \cdot d \cdot \cos dl} \left[\cos dl \cdot (\sin dz - dz) + (dl + \sin dl) \cdot (1 - \cos dz) \right];$$

$$y' = d \cdot C_1 \cdot \cos dz - d \cdot C_2 \cdot \sin dz - \frac{F}{S} =$$

$$= \frac{F}{S} \left[\cos dz + \operatorname{tg} dl \cdot \sin dz + \frac{dl}{\cos dl} \cdot \sin dz - 1 \right];$$

$$y'' = -d^2 \cdot C_1 \cdot \sin dz - d^2 \cdot C_2 \cdot \cos dz =$$

$$= d \cdot \frac{F}{S} \left[\frac{\cos dz}{\cos dl} \cdot (\sin dl + dl) - \sin dz \right].$$

Пронб, угол поворота поперечных сечений и изгибальный момент по длине стержня:

$$V(z) = y(z) = \frac{F}{S \cdot d \cdot \cos \alpha l} \cdot \left[\cos \alpha l \cdot (\sin \alpha z - \alpha z) + (\alpha l + \sin \alpha l) \cdot (1 - \cos \alpha z) \right];$$

$$\theta(z) \approx y'(z) = \frac{F}{S} \cdot \left[\cos \alpha z + \operatorname{tg} \alpha l \cdot \sin \alpha z + \frac{\alpha l}{\cos \alpha l} \cdot \sin \alpha z - 1 \right];$$

$$M_x(z) \approx EJ_x y'' = \underbrace{\frac{\alpha F \cdot E \cdot J_x}{S}}_{\frac{F \cdot l}{d}} \cdot \left[\frac{\cos \alpha z}{\cos \alpha l} \cdot (\sin \alpha l + \alpha l) - \sin \alpha z \right].$$

Пронб и угол поворота в т. В, максимальное напряжение:

$$\alpha = \sqrt{\frac{S}{EJ_x}} = \sqrt{\frac{500}{2 \cdot 10^{-11} \cdot 25 \cdot 10^{-10}}} = 1 \text{ м}^{-1}$$

$$\alpha l = 1 \cdot 1 = 1$$

$$\sin \alpha l = \sin 1_{\text{рад}} = 0,8415$$

$$\cos \alpha l = \cos 1 = 0,5403$$

$$\operatorname{tg} \alpha l = \operatorname{tg} 1 = 1,5574$$

$$E \cdot J_x = 2 \cdot 10^{-11} \cdot 25 \cdot 10^{-10} = 500 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$$

$$\underline{V_B = V(l) = \frac{F}{S \cdot d \cdot \cos \alpha l} \cdot \left[\cos \alpha l \cdot (\sin \alpha l - \alpha l) + (\alpha l + \sin \alpha l) \cdot (1 - \cos \alpha l) \right]} =$$

$$= \frac{100}{500 \cdot 1 \cdot 0,5403} \cdot \left[0,5403 \cdot (0,8415 - 1) + (1 + 0,8415) \cdot (1 - 0,5403) \right] =$$


$$= 0,282 \text{ м} = \underline{\underline{282 \text{ мм}}}$$

Результат в ANSYS: $V_B = 269 \text{ мм}$

$$\Delta = 4,6\%$$

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{Q_B = Q(l)}} &= \frac{F}{S} \cdot \left[\cos \alpha l + \operatorname{tg} \alpha l \cdot \sin \alpha l + \frac{\alpha l}{\cos \alpha l} \cdot \sin \alpha l - 1 \right] = \\
 &= \frac{100}{500} \cdot \left[0,5403 + 1,5574 \cdot 0,8415 + 1 \cdot 1,5574 - 1 \right] = \\
 &= \underline{\underline{0,4817 \text{ pag}}}
 \end{aligned}$$

ANSYS: $Q_B = 0,4637 \text{ pag}$, $\Delta = 3,7\%$

эскиз напряжений!  σ_{\max}

$$\underline{\underline{\sigma_{\max} = \sigma_A}} = \frac{M_{XA}}{W_X} + \frac{S}{A} = \frac{3408}{5 \cdot 10^{-7}} + \frac{500}{0,0003} = 683,3 \cdot 10^6 \text{ Па} = \underline{\underline{684 \text{ МПа}}}$$

где

$$\begin{aligned}
 M_{XA} = M_X(0) &= \frac{F}{L} \cdot \left[\frac{1}{\cos \alpha l} (\sin \alpha l + \alpha l) \right] = \\
 &= \frac{100}{1} \cdot \left[\frac{1}{0,5403} \cdot (0,8415 + 1) \right] = \\
 &= \underline{\underline{3408 \text{ Н}\cdot\text{м}}}
 \end{aligned}$$

Коэффициент запаса прочности:

$$\underline{\underline{n}} = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\max}} = \frac{765}{684} = \underline{\underline{1,12}}$$