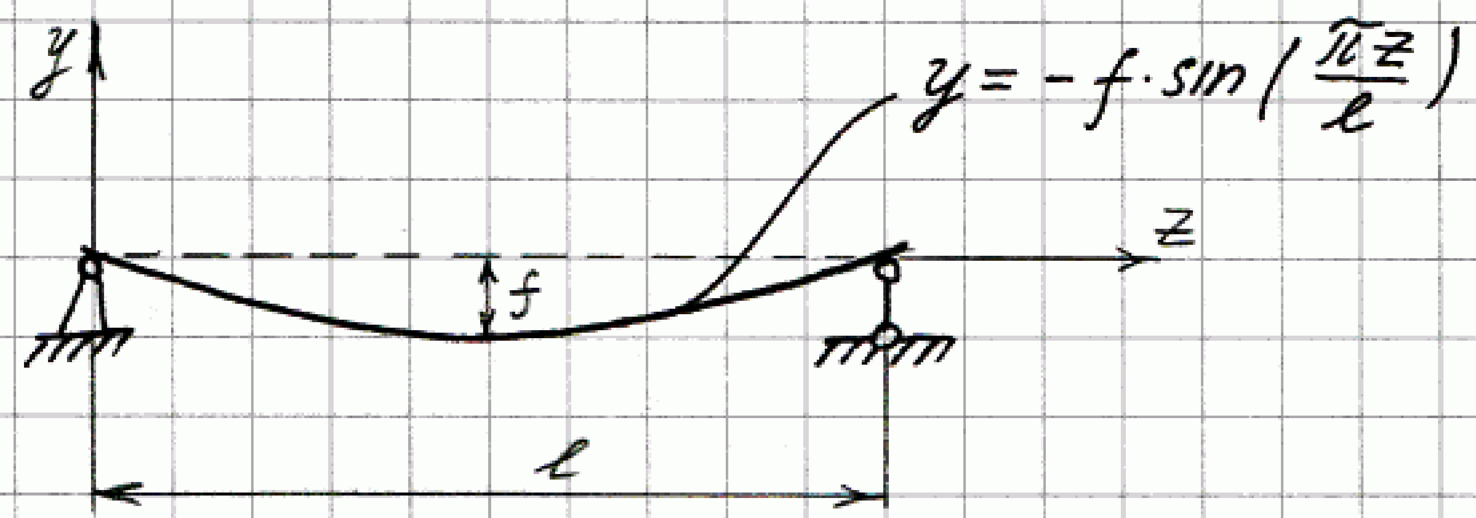
Приближённый метод (метод Тимошенко)

Точный метод расчёта, как мы видим, весьма сложен, а его высокая точность на практике инженеру не всегда нужна – всё равно она „тонет" в разбросе характеристик материала, приближённости самой рассчётной схемы и т.д. и т.п.

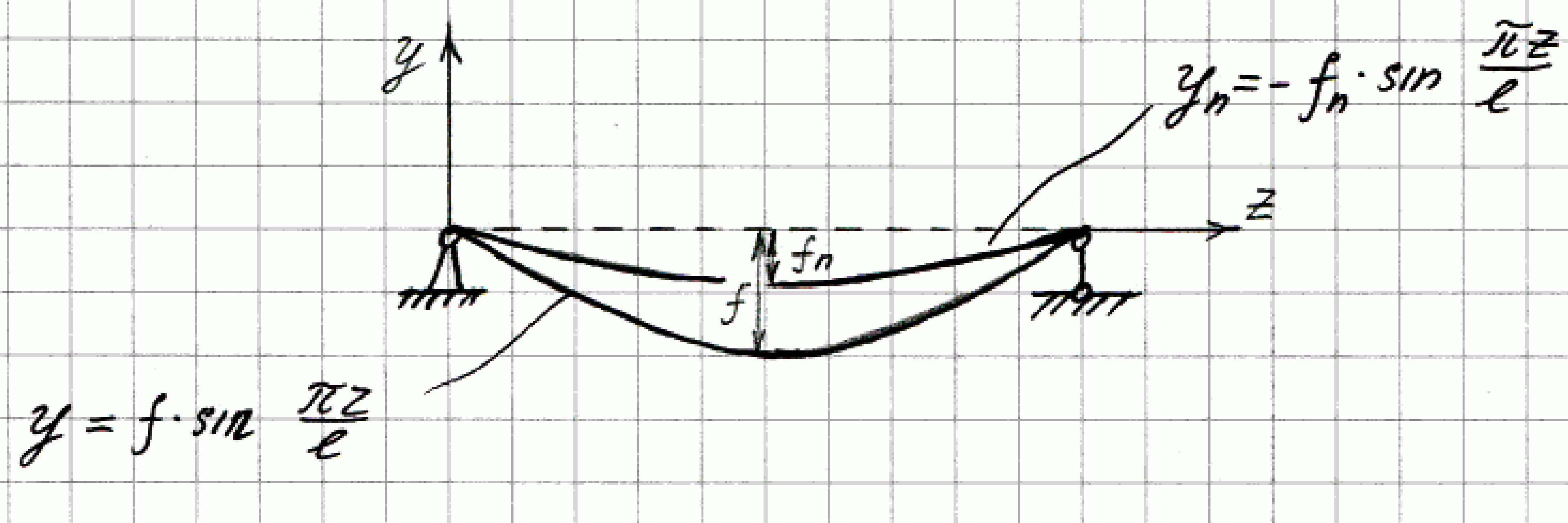
Это привело к широкому распространению приближённых способов расчёта, основанных, например, на допущении, что изогнутая ось балки принимает форму синусоиды:



нагрузка не показана

Это предположение позволяет получить практически достаточно точные результаты при действии поперечных нагрузок, направленных в одну сторону.

Пусть максимальный прогиб балки при действии одной лишь поперечной нагрузки – f_n – при добавлении к ней продольной силы S увеличился до значения f:



нагрузка не показана

Выясним, как соотносятся прогибы f и f_n:

$$\begin{cases} EJ_x \cdot y_n'' = M_{x\,n} \\ EJ_x\, y'' = M_x = M_{x\,n} - S \cdot y \end{cases}$$

$$EJ_x\, y'' = EJ_x\, y_n'' - S \cdot y$$

$$EJ_x\, (y'' - y_n'') = -S \cdot y.$$

$$EJ_x \cdot \left(-f\, \frac{\pi^2}{\ell^2} \cdot \cancel{\sin \frac{\pi z}{\ell}} + f_n\, \frac{\pi^2}{\ell^2} \cdot \sin \frac{\pi z}{\ell}\right) = -S \cdot f \cdot \cancel{\sin \frac{\pi z}{\ell}}$$

$$\underbrace{\frac{\pi^2 EJ_x}{\ell^2}}_{P_э} \cdot (f - f_n) = S \cdot f$$

эйлерова сила, численно равная $P_{кр}$

$$f = \frac{f_n}{1 - \frac{S}{P_э}}$$

или

$$\boxed{f = k_т \cdot f_n} \qquad (\underline{XII}.1)$$

где

$$k_т = \frac{1}{1 - \frac{S}{P_э}}$$ – коэффициент Тимошенко. $(\underline{XII}.2)$

Применяя эту формулу, следует иметь ввиду, что эйлерова сила $P_э$ введена в выражение $(\underline{VIII}.2)$ чисто формально. Поэтому в отличие от критической нагрузки $P_{кр}$ сила $P_э$ используется при любой гибкости балки λ, даже при $\lambda < \lambda_{пц}$.

Выражения (XII.1) и (XII.2) обычно применяют и при других типах опорных закреплений сжато-изогнутых балок. В этом случае эйлерова сила вычисляется по формуле (XI.4):

$$P_э = \frac{\pi^2 E J_x}{(\mu l)^2}$$

Выражения (XII.1) и (XII.2) дают удовлетворительные результаты, когда сжимающая сила S не превышает $0{,}8 P_{кр}$.

Предполагая, что углы поворота поперечных сечений стержня и внутренний изгибающий момент по его длине пропорциональны прогибам, получаем простые формулы:

$$\boxed{\begin{aligned} \Theta &= k_T \cdot \Theta_n \\ M_x &= k_T \cdot M_{x\,n} \end{aligned}}$$

(XII.3)

(XII.4)