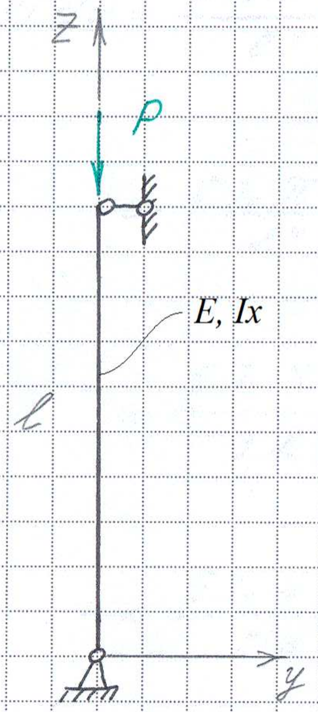
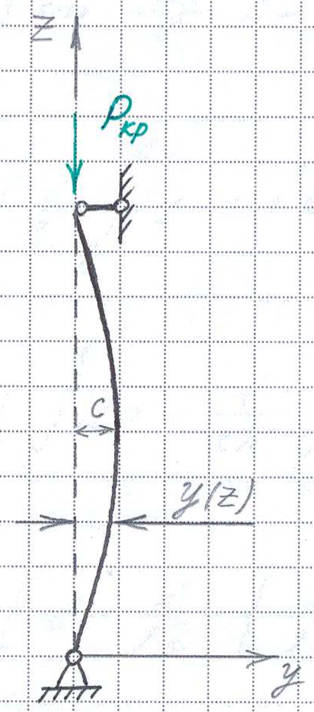
$\boxed{6}$

Стойка Эйлера:



Расчётная схема



Форма потери устойчивости (состояние безразличного равновесия)

Краевые (граничные) условия:

1) $z=0: \; y=0$

2) $z=l: \; y=0$

3) $z=0: \; y''=0$

4) $z=l: \; y''=0$

Задаёмся уравнением упругой линии:

$$\left.\begin{aligned} y &= C\cdot\sin\frac{\pi}{l}z \qquad (*) \\ y' &= \frac{\pi}{l}\cdot C\cdot\cos\frac{\pi}{l}z \\ y'' &= -\frac{\pi^2}{l^2}\cdot C\cdot\sin\frac{\pi}{l}z \end{aligned}\right\} \text{Удовлетворяет всем четырём Г.У.}$$

С - неопределённый множитель (амплитуда прогиба) (см. рис. XI.5).

<u>Числитель:</u>

$$\int_0^{\ell} EJ_x (y'')^2 dz = \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{\ell^4} \cdot \int_0^{\ell} \sin^2 \frac{\pi z}{\ell}\, dz =$$

$$= \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{\ell^4} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \int_0^{\ell} \left(1 - \cos \frac{2\pi z}{\ell}\right) dz \right] =$$

$$= \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{2\ell^4} \cdot \left[\int_0^{\ell} dz - \frac{\ell}{2\pi} \cdot \int_0^{\ell} \cos \frac{2\pi z}{\ell} \cdot d\left(\frac{2\pi z}{\ell}\right) \right] =$$

$$= \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{2 \cdot \ell^4} \cdot \left[\ell - \frac{\ell}{2\pi} \cdot \left\{ \sin \frac{2\pi z}{\ell} \Big|_0^{\ell} \right\} \right] =$$

$$= \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{2\ell^4} \cdot \left[\ell - \cancelto{0}{\frac{\ell}{4\pi} \cdot \left\{ \sin 2\pi - \sin 0 \right\}} \right] =$$

$$= \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{2\ell^3}$$

<u>Знаменатель:</u>

$$\int_0^{\ell_0} (y')^2 dz = \frac{\pi^2 c^2}{\ell^2} \cdot \int_0^{\ell} \cos^2 \frac{\pi z}{\ell}\, dz =$$

$$= \frac{\pi^2 c^2}{\ell^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \int_0^{\ell} \left(1 + \cos \frac{2\pi z}{\ell}\right) dz \right] =$$

$$= \frac{\pi^2 c^2}{2\ell^2} \cdot \left[\int_0^{\ell} dz + \int_0^{\ell} \cos \frac{2\pi z}{\ell}\, dz \right] =$$

$$= \frac{\pi^2 c^2}{2\ell}$$

Значение критической силы:

$$P_{кр} = \frac{EJ_x \pi^4 c^2}{2l^3} \cdot \frac{2l}{\pi^2 c^2} = \frac{\pi^2 E J_x}{l^2}$$

Сравнить с результатом примера $\boxed{1}$.

▼

Совпадение результатов в примерах $\boxed{1}$ и $\boxed{6}$ показывает, что функция (*) выбрана удачно — стойка Эйлера действительно изгибается по синусоиде.

В большинстве же реальных задач определить точно форму потери устойчивости не удаётся. Тогда её приближённо представляют полиномом, степень которого равна количеству учитываемых граничных условий (ГУ) задачи.