

Энергетический метод

Энергетический метод основан на принципе возможных перемещений: в состоянии безразличного равновесия работа критической силы при переходе стержня из прямой формы к слабовогнутой (рис. XI.4. $\delta \rightarrow \nu$) в точности равна потенциальной энергии изгиба, запасённой при этом в стержне:

см. W-01

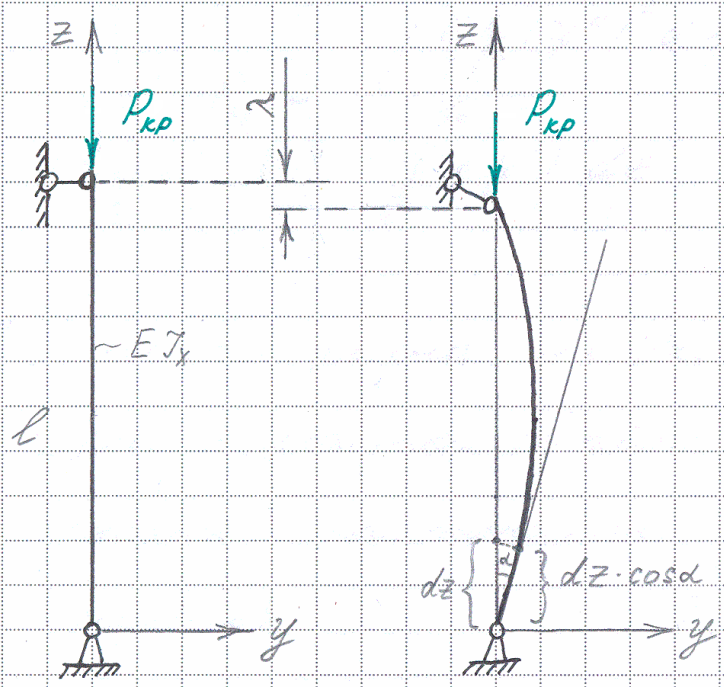


Рис. XI.6

$$\begin{aligned} \lambda &= \int_0^l (dz - dz \cdot \cos \alpha) = \\ &= \int_0^l (1 - \cos \alpha) dz = \\ &= \left[\begin{array}{l} \text{Далее малые} \\ \text{углы:} \\ \cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \dots \\ \alpha \approx y' \end{array} \right] = \\ &= \int_0^l \left(1 - 1 + \frac{(y')^2}{2} \right) dz = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dz \end{aligned}$$

Упругая энергия изгиба:

$$U = \int_0^l \frac{M_{изг}^2 dz}{2EI_x} ; \quad M_{изг} \approx EI_x y''$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EI_x (y'')^2 dz$$

↑
перемещение точки приложения силы.

Работа критической
силыУпругая энергия
изгиба

$$P_{кр} \cdot \lambda = U$$

(XI.3)

$$P_{кр} = \frac{U}{\lambda} = \frac{\frac{1}{2} \int_0^l EJ_x (y'')^2 dz}{\frac{1}{2} \int_0^l (y')^2 dz} \quad \text{— для стойки Эйлера} \quad \text{(XI.4)}$$

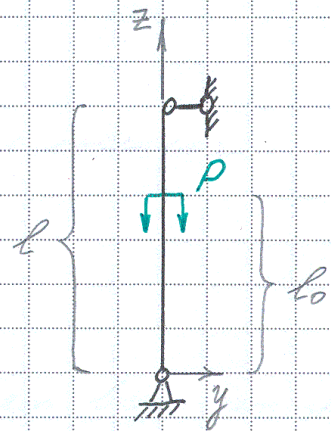
В общем же случае для стоек с одной стесняющей силой:

$$P_{кр} = \frac{\int_0^l EJ_x (y'')^2 dz}{\int_0^{l_0} (y')^2 dz} \quad \text{(XI.5)}$$

здесь

l - полная длина стойки;

l_0 - длина участка стойки,
стесанного критической
силой.



Задаёмся формой потери устойчивости в виде графика функции $y(z)$, стараясь удовлетворить всем краевым условиям закрепления стойки; подсчитываем числитель и знаменатель в формуле (XI.5) и таким образом находим $P_{кр}$.

Какой $y(z)$ зададим - такую $P_{кр}$ и получим. Чем ближе форма графика $y(z)$ будет похожа на реальную форму потери устойчивости, тем ближе к истине будет $P_{кр}$.