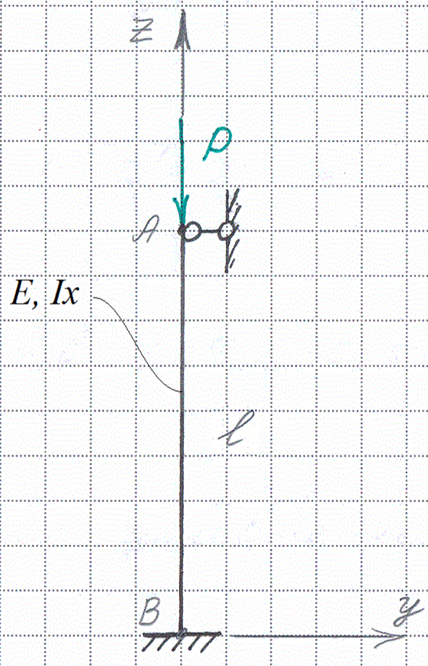
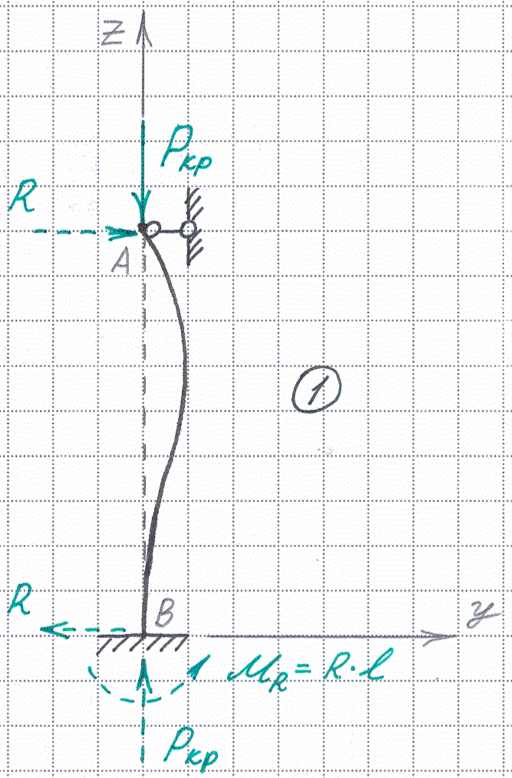
5

Дополнительно:

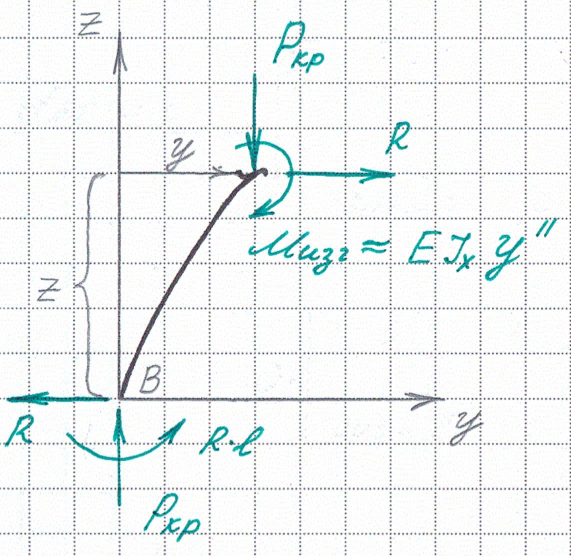


Расчётная схема



Потеря устойчивости
(состояние безразличного равновесия)

Стержень разбиваем на участки: 1



$$\sum M_B = 0 = R\cdot l - EJ_x y'' - R\cdot z - P_{кр}\cdot y$$

$$EJ_x y'' + P_{кр}\cdot y = R\cdot(l - z)$$

$$y'' + \frac{P_{кр}}{EJ_x}y = \frac{R}{EJ_x}(l-z) =$$

$$= \frac{P_{кр}}{EJ_x}\cdot\frac{R}{P_{кр}}\cdot(l-z)$$

$$y'' + \alpha^2 y = \alpha^2\cdot\frac{R}{P_{кр}}\cdot(l-z)$$

Решение: $y = C_1 \sin\alpha z + C_2\cdot\cos\alpha z + \frac{R}{P_{кр}}(l - z)$

$$y' = \alpha\cdot C_1\cdot\cos\alpha z - \alpha\cdot C_2\cdot\sin\alpha z - \frac{R}{P_{кр}}$$

Г.У.:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ z=0,\ y=0:\quad C_1\cdot 0+C_2\cdot 1+\frac{R}{P_{кр}}l=0 \\ 2)\ z=0,\ y'=0:\quad \alpha\cdot C_1\cdot 1-\alpha\cdot C_2\cdot 0-\frac{R}{P_{кр}}=0 \\ 3)\ z=l,\ y=0:\quad C_1\sin\alpha l+C_2\cos\alpha l=0 \end{array}\right\}\ (*)$$

Система уравнений (*) в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{l}{P_{кр}} \\ \alpha & 0 & -\frac{1}{P_{кр}} \\ \sin\alpha l & \cos\alpha l & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ R \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Условие существования нетривиального решения:

$$\det=0=\begin{vmatrix} 0 & 1 & l/P_{кр} \\ \alpha & 0 & -1/P_{кр} \\ \sin\alpha l & \cos\alpha l & 0 \end{vmatrix}=$$

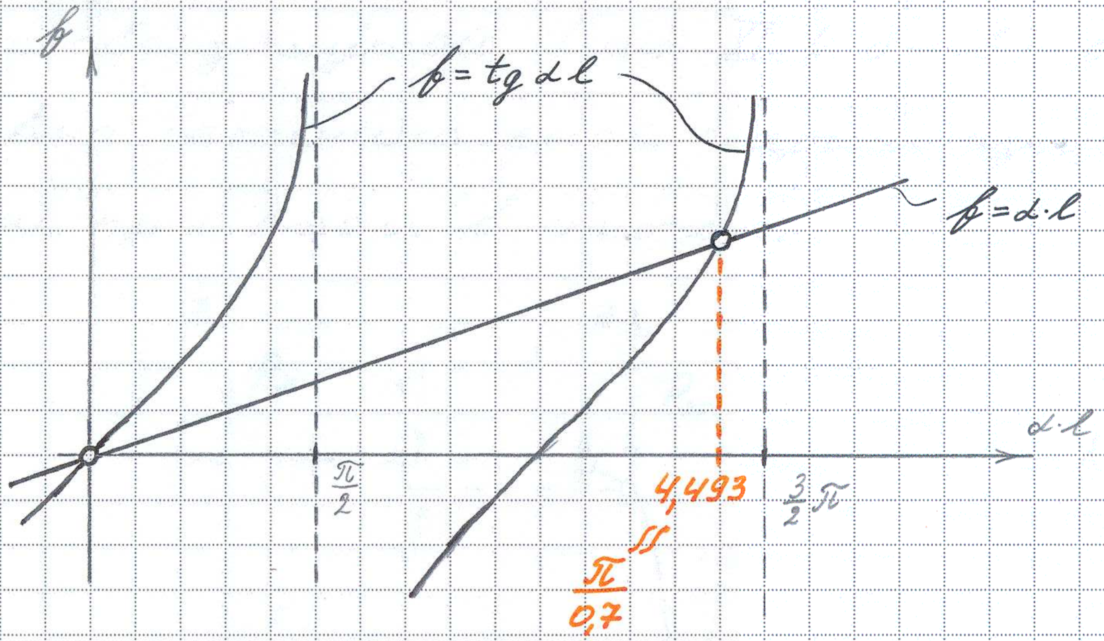
$$=0\cdot\begin{vmatrix} 0 & -1/P_{кр} \\ \cos\alpha l & 0 \end{vmatrix}-\alpha\cdot\begin{vmatrix} 1 & l/P_{кр} \\ \cos\alpha l & 0 \end{vmatrix}+\sin\alpha l\cdot\begin{vmatrix} 1 & l/P_{кр} \\ 0 & -1/P_{кр} \end{vmatrix}=$$

$$=\alpha\cdot l\cdot\cos\alpha l-\sin\alpha l$$

$$\alpha l\cdot\cos\alpha l=\sin\alpha l$$

$$\alpha l = tg\,\alpha l \qquad (**)$$

Уравнение (**) решаем графически. Нас интересует первая форма потери устойчивости — наименьший ненулевой корень:



$$\alpha l \approx \frac{\pi}{0{,}7}$$

$$\alpha^2 = \frac{P_{кр}}{EJ_x} = \frac{\pi^2}{(0{,}7\cdot l)^2}$$

$$\boxed{P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_x}{(0{,}7\cdot l)^2}}$$

$\mu = 0{,}7$ — коэффициент приведения длины.