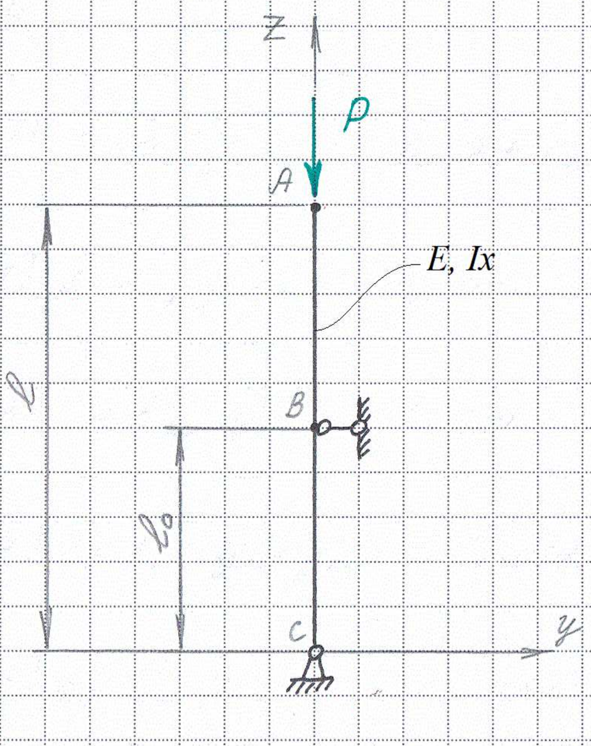
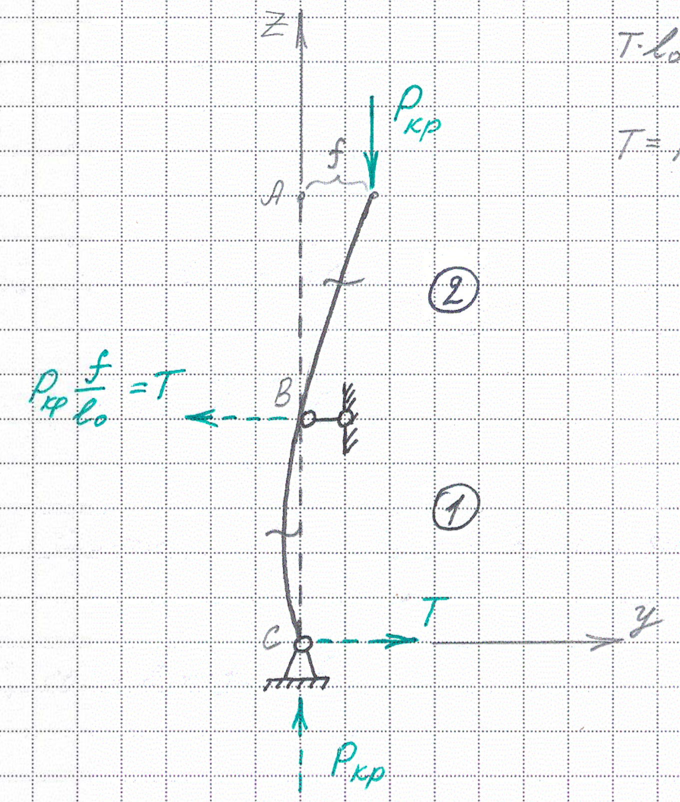
4

$$T \cdot l_0 = P_{кр} \cdot f$$

$$T = P_{кр} \cdot \frac{f}{l_0}$$



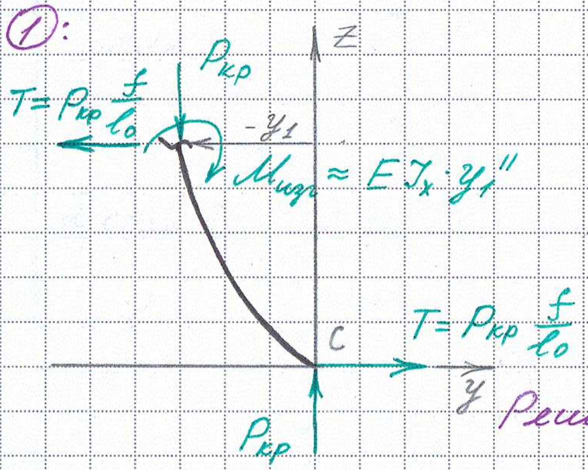
Расчётная схема



Форма потери устойчивости (состояние безразличного равновесия).

Стержень разбиваем на участки: 1 и 2

1:



$$\sum M_c = 0 = -P_{кр} \cdot y_1 - E \cdot J_x \cdot y_1'' + P_{кр} \cdot \frac{f}{l_0} \cdot z$$

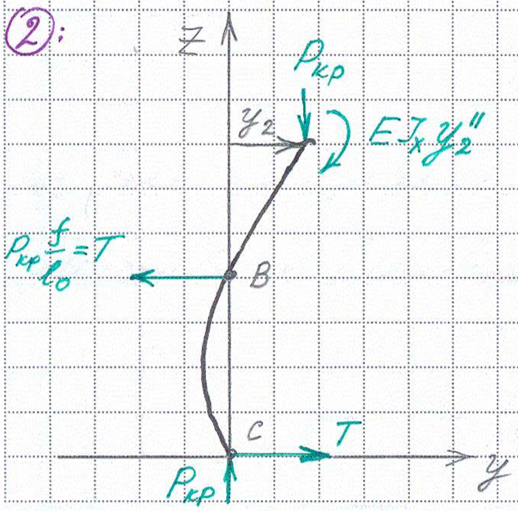
$$EJ_x\, y_1'' + P_{кр} \cdot y_1 = P_{кр} \cdot \frac{f}{l_0} \cdot z$$

$$y_1'' + \alpha^2 \cdot y_1 = \alpha^2 \cdot \frac{f}{l_0} \cdot z$$

Решение: $y_1 = C_1 \cdot \sin\alpha z + C_2 \cdot \cos\alpha z + \frac{f}{l_0} \cdot z$

$$y_1' = \alpha \cdot C_1 \cdot \cos\alpha z - \alpha \cdot C_2 \cdot \sin\alpha z + \frac{f}{l_0}$$

2:



$$\sum M_c = 0 = T \cdot l_0 - P_{кр} \cdot y_2 - EJ_x \cdot y_2''$$

$$y_2'' + \alpha^2 \cdot y_2 = \alpha^2 \cdot f$$

Решение: $y_2 = C_3 \cdot \sin\alpha z + C_4 \cdot \cos\alpha z + f$

$$y_2' = \alpha \cdot C_3 \cdot \cos\alpha z - \alpha \cdot C_4 \cdot \sin\alpha z$$

Г.У.:

1) $z=0,\ y_1=0:\quad C_1\cdot 0 + C_2\cdot 1 = 0$

2) $z=l_0,\ y_1=0:\quad C_1\cdot\sin\alpha l_0 + C_2\cdot\cos\alpha l_0 + f = 0$

3) $z=l_0,\ y_2=0:\quad C_3\sin\alpha l_0 + C_4\cdot\cos\alpha l_0 + f = 0$

4) $z=l_0,\ y_1'=y_2':\quad \alpha C_1\cos\alpha l_0 - \alpha C_2\sin\alpha l_0 + \frac{f}{l_0} - \alpha C_3\cos\alpha l_0 + \alpha C_4\sin\alpha l_0 = 0$

5) $z=l,\ y_2=f:\quad C_3\cdot\sin\alpha l + C_4\cdot\cos\alpha l + f = f$

Система этих уравнений в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin\alpha l_0 & \cos\alpha l_0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \sin\alpha l_0 & \cos\alpha l_0 & 1 \\ \alpha\cdot\cos\alpha l_0 & -\alpha\cdot\sin\alpha l_0 & -\alpha\cdot\cos\alpha l_0 & \alpha\cdot\sin\alpha l_0 & 1/l_0 \\ 0 & 0 & \sin\alpha l & \cos\alpha l & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Условие наличия нетривиальных решений:

$$\det = 0$$

из чего получаем уравнение, находим наименьший действительный корень α и т.д. Например, при $\frac{l}{l_0}=2$:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E J_x}{(1,348\cdot l)^2}$$