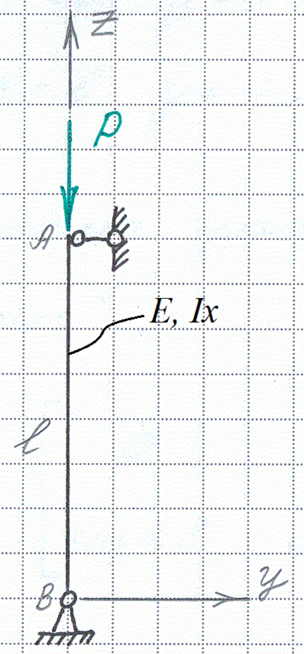
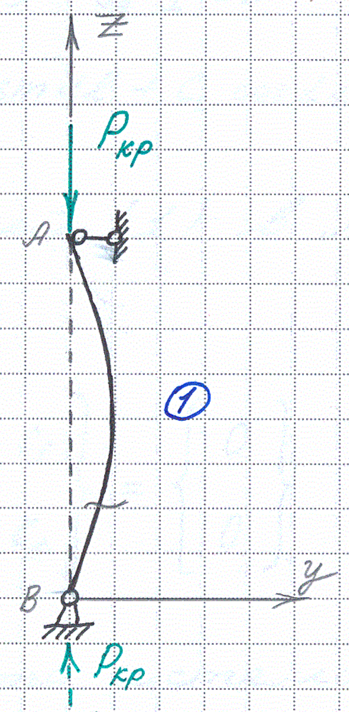
1 Стойка Эйлера: плоский идеально прямой стержень с шарнирами по краям. Линия действия силы F совпадает с упругой осью стержня.

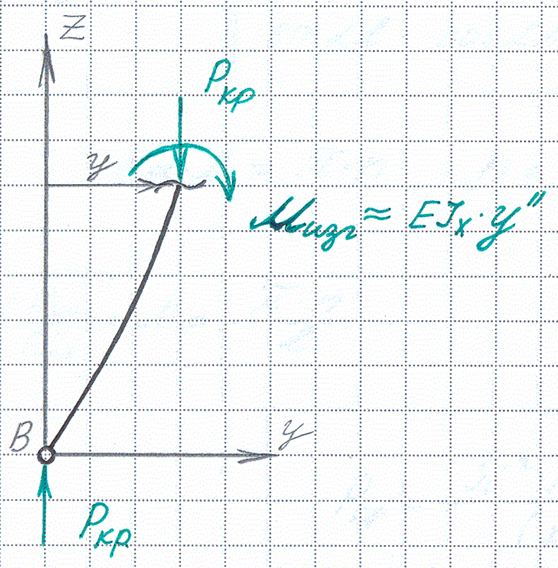


Исходное состояние (расчётная схема)



Форма потери устойчивости (состояние безразличного равновесия).

Разбиваем стержень на участки: 1



$$\sum M_B = 0 = -\overset{EJ_x y''}{M_{изг}} - P_{кр} \cdot y$$

$$EJ_x y'' + P_{кр} \cdot y = 0$$

$$y'' + \frac{P_{кр}}{EJ_x} \cdot y = 0$$

$$\alpha^2 \triangleq \frac{P_{кр}}{EJ_x}$$

$$y'' + \alpha^2 y = 0$$ – ДУ изогнутой оси стержня.

Решение (общий интеграл) такого Д.У.:

$$y = C_1 \cdot \sin \alpha z + C_2 \cdot \cos \alpha z$$

Константы C_1 и C_2 определяем из граничных условий (Г.У.):

$$\left.\begin{array}{lll} 1)\ z=0,\ y=0: & & C_1 \cdot 0 + C_2 \cdot 1 = 0 \\ 2)\ z=l,\ y=0: & & C_1 \cdot \sin \alpha l + C_2 \cdot \cos \alpha l = 0 \end{array}\right\} (*)$$

Система уравнений (1) в матричной форме записи:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \sin \alpha l & \cos \alpha l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Для того, чтобы эта система имела нетривиальные решения необходимо, чтобы её определитель был равен нулю:

$$\det = 0 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \sin \alpha l & \cos \alpha l \end{vmatrix} = 0 \cdot \cos \alpha l - 1 \cdot \sin \alpha l = -\sin \alpha l$$

$$\sin \alpha l = 0$$

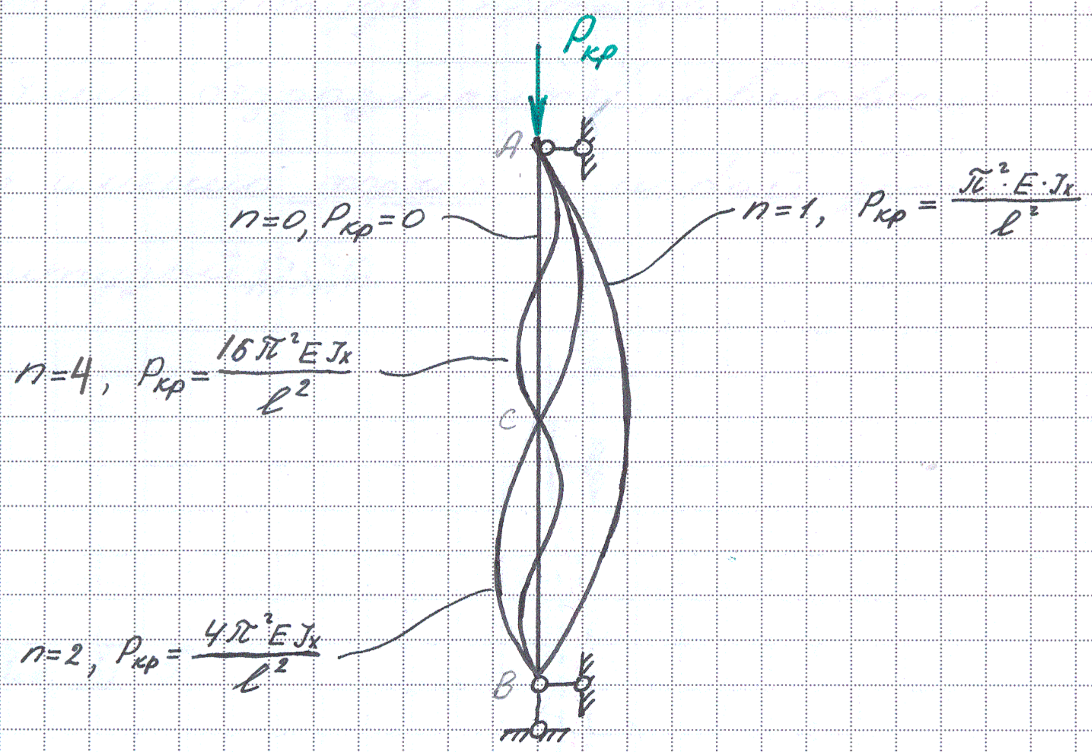
$$\alpha \cdot l = \pi \cdot n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\sqrt{\frac{P_{кр}}{EJ_x}} = \alpha = \frac{\pi \cdot n}{l}$$

$$\boxed{P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot n^2 \cdot EJ_x}{(1 \cdot l)^2}}$$ – формула Эйлера (XI.2)

$\mu = 1$ – коэффициент приведения длины

Формы потери устойчивости:



Реальный объект постоянно подвержен внешним воздействиям, поэтому на практике конструкция теряет несущую способность уже при минимальной критической нагрузке ($n=1$):

$$P_{кр}=\frac{\pi^2 E J_x}{\ell^2}$$

Вторая ($n=2$), третья ($n=3$) и т.д. формы потери устойчивости представляют чисто академический интерес.

▼

В формуле Эйлера для вычисления $P_{кр}$ отсутствует амплитуда прогиба. Действительно, в состоянии безразличного равновесия равновесной будет именно <u>форма</u> с любой достаточно малой амплитудой

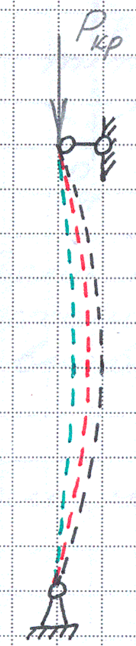


Рис. XI.5

всем этим амплитудам (рис. XI.5) соответствует одна и та же $P_{кр}$.