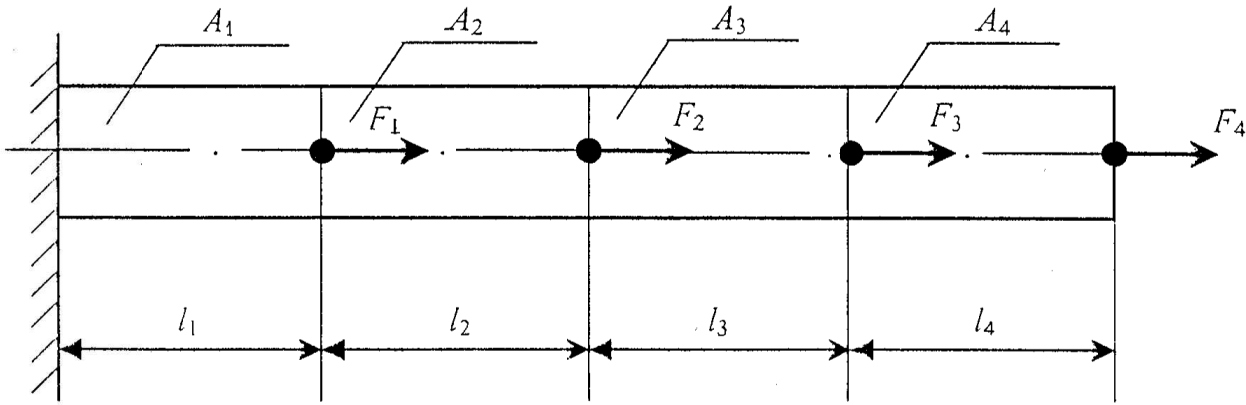


Пример решения данного задания (вариант №30):

Для заданной системы требуется:

1. Начертить стержень в масштабе. Расставить силы в соответствии с заданием.
2. Построить эпюры нормальных сил, напряжений и перемещений сечений (в общем виде). Вычислить перемещение свободного сечения и коэффициент запаса прочности по пределу текучести.
3. Определить работу внешних сил и потенциальную энергию деформации стержня.

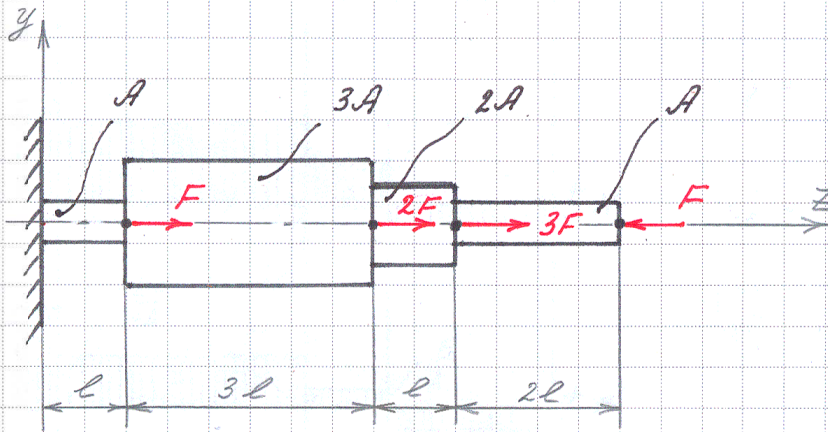
Дано: $F=10$ кН, $A=10$ см², $l=200$ мм, $\sigma_T=210$ МПа, $E=2 \cdot 10^5$ МПа.



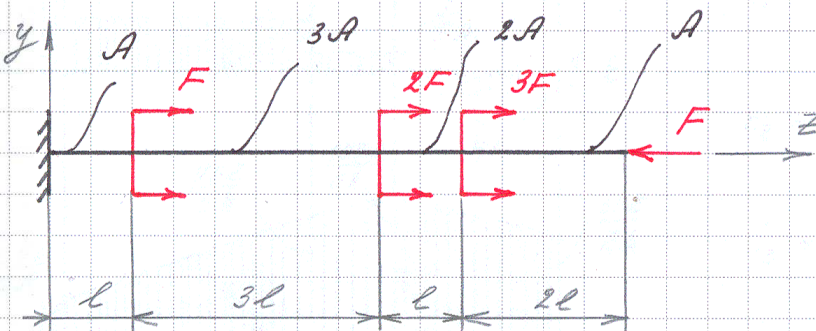
№	l_1	l_2	l_3	l_4	A_1	A_2	A_3	A_4	F_1	F_2	F_3	F_4
30	l	$3l$	l	$2l$	A	$3A$	$2A$	A	F	$2F$	$3F$	$-F$

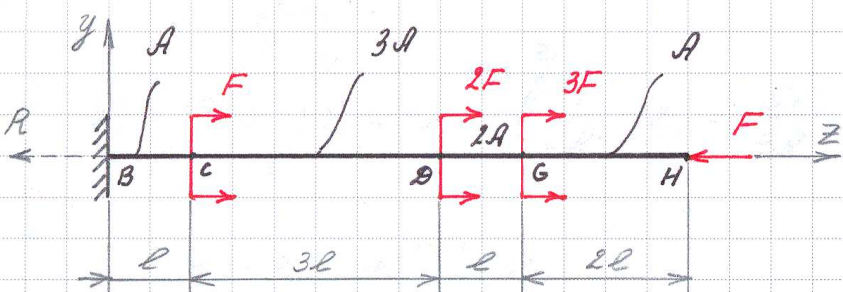


Пусть $l \sim 2$ клетки. Тогда стержень изобразим так:



или так:

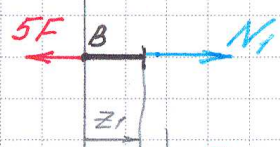
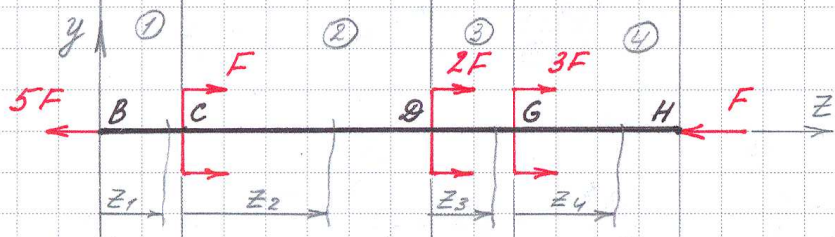




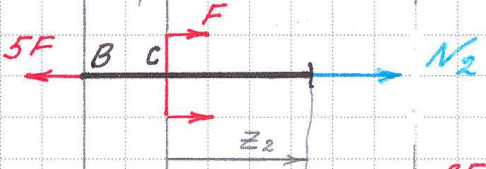
$$\sum F_z = 0 = -R + F + 2F + 3F - F$$

$$R = 5F$$

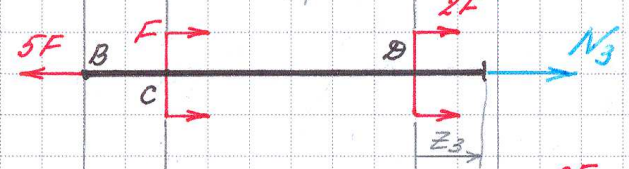
Если $R > 0$ (как сейчас), значит направление вектора \vec{R} на расчетной схеме графом верно. Если $R < 0$, значит ее вектор направим в противоположную сторону.



$$\sum F_{z_1} = 0 = -5F + N_1 \Rightarrow N_1 = 5F$$



$$\sum F_{z_2} = 0 = -5F + F + N_2 \Rightarrow N_2 = 4F$$



$$\sum F_{z_3} = 0 = -5F + F + 2F + N_3 \Rightarrow N_3 = 2F$$



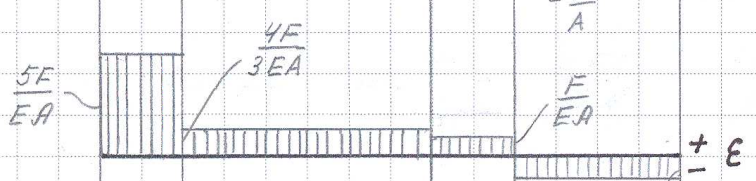
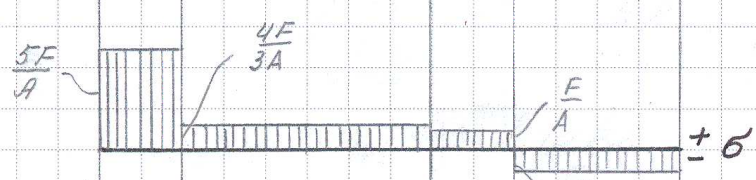
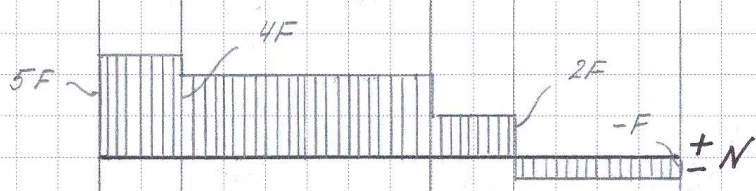
$$\sum F_{z_4} = 0 = -5F + F + 2F + 3F + N_4 \Rightarrow N_4 = -F$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{5F}{A}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{4F}{3A}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{2F}{2A} = \frac{F}{A}$$

$$\sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = -\frac{F}{A}$$

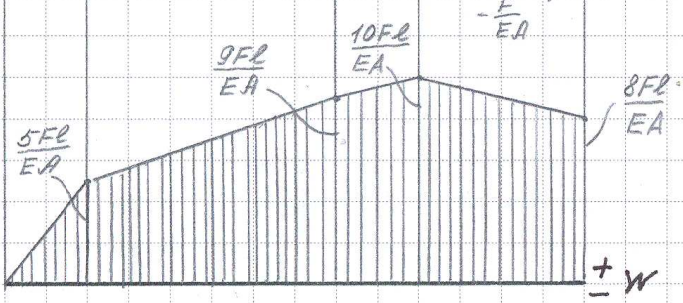


$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{5F}{EA}$$

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} = \frac{4F}{3EA}$$

$$\epsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E_3} = \frac{F}{EA}$$

$$\epsilon_4 = \frac{\sigma_4}{E_4} = -\frac{F}{EA}$$



$$W_1 = W_0 + \int_0^{z_1} \varepsilon_1 dz_1 = \int_0^{z_1} \frac{5F}{EA} dz_1 = \frac{5F}{EA} \cdot z_1$$

$$z_1 = 0: W_1^{\text{нач}} = 0$$

$$z_1 = l: W_1^{\text{кон}} = \frac{5Fl}{EA}$$

$$W_2 = W_1^{\text{кон}} + \int_0^{z_2} \varepsilon_2 dz_2 = \frac{5Fl}{EA} + \int_0^{z_2} \frac{4}{3} \frac{F}{EA} dz_2 = \frac{5Fl}{EA} + \frac{4F}{3EA} z_2$$

$$z_2 = 0: W_2^{\text{нач}} = \frac{5Fl}{EA}$$

$$z_2 = 3l: W_2^{\text{кон}} = \frac{5Fl}{EA} + \frac{4F}{3EA} \cdot 3l = \frac{9Fl}{EA}$$

$$W_3 = W_2^{\text{кон}} + \int_0^{z_3} \varepsilon_3 dz_3 = \frac{9Fl}{EA} + \int_0^{z_3} \frac{F}{EA} dz_3 = \frac{9Fl}{EA} + \frac{F}{EA} \cdot z_3$$

$$z_3 = 0: W_3^{\text{нач}} = \frac{9Fl}{EA}$$

$$z_3 = l: W_3^{\text{кон}} = \frac{9Fl}{EA} + \frac{Fl}{EA} = \frac{10Fl}{EA}$$

$$W_4 = W_3^{\text{кон}} + \int_0^{z_4} \varepsilon_4 dz_4 = \frac{10Fl}{EA} + \int_0^{z_4} \left(-\frac{F}{EA} \right) dz_4 = \frac{10Fl}{EA} - \frac{F}{EA} \cdot z_4$$

$$z_4 = 0: W_4^{\text{нач}} = \frac{10Fl}{EA}$$

$$z_4 = 2l: W_4^{\text{кон}} = \frac{10Fl}{EA} - \frac{F \cdot 2l}{EA} = \frac{8Fl}{EA}$$

$$W_{\text{max}} = \frac{10Fl}{EA} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0,0001 \text{ м} = 0,1 \text{ мм};$$

$$\varepsilon_{\text{max}} = \frac{5F}{EA} = \frac{5 \cdot 10 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0,00025 = 2,5 \cdot 10^{-4};$$

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{5F}{A} = \frac{5 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 50 \cdot 10^6 \text{ Па} = 50 \text{ МПа}; \quad N_{\text{max}} = 5F = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

Работа внешних сил:

$$\begin{aligned} W &= \sum_j \frac{1}{2} F_j \cdot W_j = \frac{1}{2} F_B \cdot W_B + \frac{1}{2} F_C \cdot W_C + \frac{1}{2} F_D \cdot W_D + \frac{1}{2} F_G \cdot W_G + \frac{1}{2} F_H \cdot W_H = \\ &= \frac{1}{2} (-5F) \cdot 0 + \frac{1}{2} F \cdot \frac{5Fl}{EA} + \frac{1}{2} \cdot 2F \cdot \frac{9Fl}{EA} + \frac{1}{2} 3F \cdot \frac{10Fl}{EA} + \frac{1}{2} (-F) \frac{8Fl}{EA} = \\ &= \frac{F^2 l}{EA} \cdot \left(0 + \frac{5}{2} + 9 + 15 - 4 \right) = \frac{45}{2} \cdot \frac{F^2 l}{EA} \end{aligned}$$

Потенциальная энергия деформации:

$$\begin{aligned} U &= \sum_i \frac{N_i^2 l_i}{2 E_i A_i} = \frac{(5F)^2 l}{2EA} + \frac{(4F)^2 \cdot 3l}{2E \cdot 3A} + \frac{(2F)^2 \cdot l}{2E \cdot 2A} + \frac{(-F)^2 \cdot 2l}{2E \cdot A} = \\ &= \frac{F^2 l}{EA} \cdot \left(\frac{25}{2} + \frac{48}{6} + 1 + 1 \right) = \frac{45}{2} \cdot \frac{F^2 l}{EA} \end{aligned}$$

$$W = U = \frac{45}{2} \cdot \frac{(10^4)^2 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 2,25 \text{ Дж}$$

Коэффициент запаса прочности конструкции:

$$\eta = \frac{\sigma_T}{1,6 \sigma_{\max}} = \frac{\sigma_T A}{5F} = \frac{210 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10 \cdot 10^3} = 4,2$$