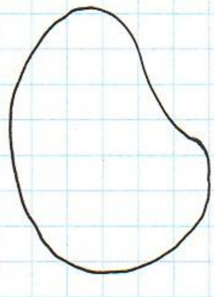
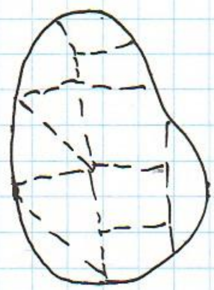
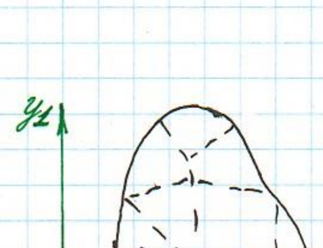
Порядок расчёта основных геометрических характеристик поперечного сечения общего вида.



Дано поперечное сечение общего вида (без осей симметрии). Требуется определить положение центра тяжести C, направление главных центральных осей сечения x и y и моменты инерции I_x и I_y сечения относительно этих осей.

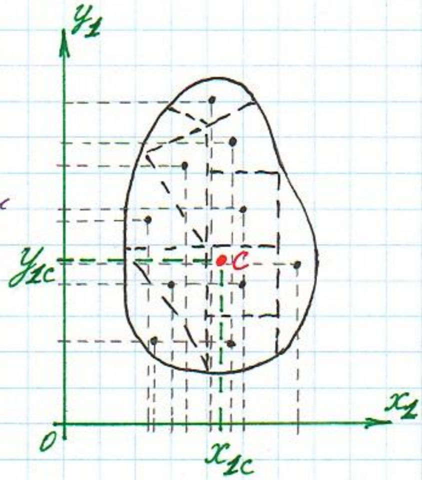


1) Разбиваем сложное поперечное сечение на простые фигуры (треугольник, прямоугольник, круг, полукруг, кольцо), характеристики которых (площадь, положение центра тяжести, моменты инерции) легко подсчитываются. Вырезы так же могут быть аппроксимированы набором простых фигур, площади и моменты инерции которых считаются отрицательными.



2) Вводим в рассмотрение произвольную декартову систему координат Ox_1y_1, в которой далее и будут определены координаты центра тяжести. Окончательные результаты расчёта сечения от выбора системы Ox_1y_1 не зависят вовсе, но промежуточные при удачном выборе могут сильно упроститься.

3) Вычисляем x_{1c}, y_{1c} – координаты центра тяжести. Для этого:



а) Определяем площади, координаты центров тяжести и статические моменты каждой фигуры:

$A^i = \ldots$

$x_{2c_i} = \ldots$

$y_{2c_i} = \ldots$

$S_{y_2}^i = A^i \cdot x_{2c_i} = \ldots$

$S_{x_2}^i = A^i \cdot y_{2c_i} = \ldots$

Площади вырезов считаются отрицательными.

б) Площадь всего поперечного сечения получаем суммированием площадей фигур, его составляющих; статические моменты всего сечения – суммированием статических моментов фигур:

$A = \sum_i A^i$

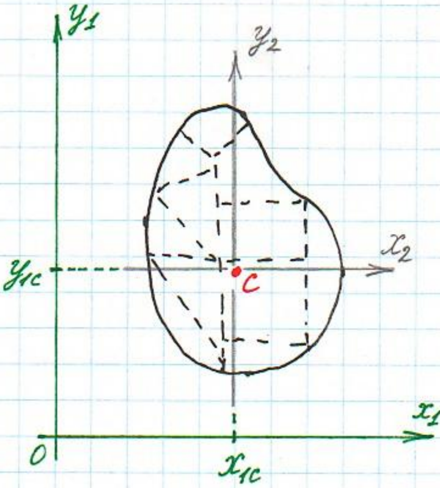
$S_y = \sum_i S_y^i$

$S_x = \sum_i S_x^i$

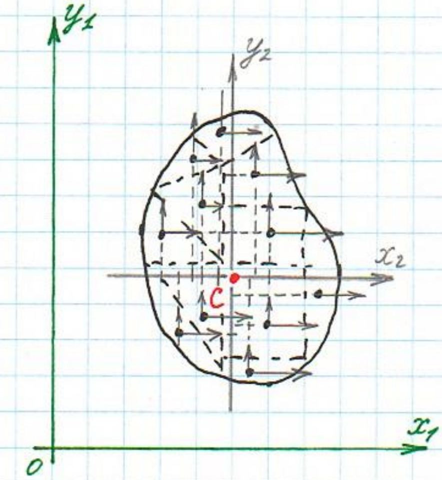
в) Координаты центра тяжести сечения вычисляются по формулам:

$$x_{1c} = \frac{S_y}{A} \quad ; \quad y_{1c} = \frac{S_x}{A} .$$

4) Вводим в рассмотрение центральную декартову координатную систему Cx_2y_2, оси которой параллельны соответствующим осям произвольной системы координат.



5) В системе Cx_2y_2 вычисляем моменты инерции J_{x_2}, J_{y_2} и $J_{x_2y_2}$ поперечного сечения. Для этого:



а) В центрах тяжести C_i фигур, слагающих поперечное сечение, вводим локальные декартовы системы координат $C_i x_i y_i$, оси которых параллельны глобальным осям x_2 и y_2. Они понадобятся ниже при использовании теоремы Штейнера.

б) Определяем моменты инерции фигур относительно центральных осей x_2 и y_2:

$J_{x_2}^{i} = \ldots$

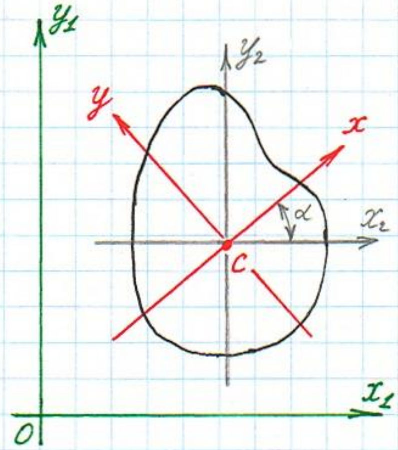
$J_{y_2}^{i} = \ldots.$

$J_{x_2y_2}^{i} = \ldots$

в) Моменты инерции всего сечения:

$$J_{x_2} = \sum_i J_{x_2}^{i} \quad ; \quad J_{y_2} = \sum_i J_{y_2}^{i} \quad ; \quad J_{x_2y_2}^{i} = \sum J_{x_2y_2}^{i} .$$

6) Угол α между существующими центральными осями x_2, y_2 и главными центральными осями сечения x, y вычисляется по формуле:



$$tg\, 2\alpha = \frac{2 \cdot J_{x_2 y_2}}{J_{y_2} - J_{x_2}}$$

$$\Downarrow$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot arctg\, \frac{2 \cdot J_{x_2 y_2}}{J_{y_2} - J_{x_2}}$$

7) Значения главных моментов инерции сечения вычисляются по формулам:

$$J_{max} = \frac{J_{x_2} + J_{y_2}}{2} + \sqrt{\left(\frac{J_{y_2} - J_{x_2}}{2}\right)^2 + J_{x_2 y_2}^2}$$

$$J_{min} = \frac{J_{x_2} + J_{y_2}}{2} - \sqrt{\left(\frac{J_{y_2} - J_{x_2}}{2}\right)^2 + J_{x_2 y_2}^2}$$

Какое из этих двух значений является моментом J_x, а какое - моментом J_y, решает сам расчётчик, исходя из формы поперечного сечения: относительно той оси момент инерции больше, поперёк которой больше протяжённость сечения.