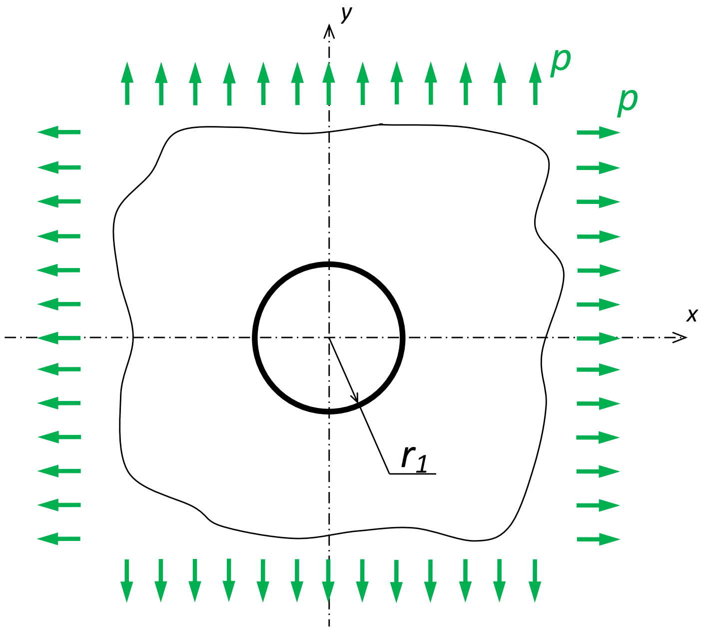
Бесконечная равномерно растянутая плита с отверстием:



Дано:

$\sigma_x = \sigma_y = p$;

ν=0,25 ;

Найти:

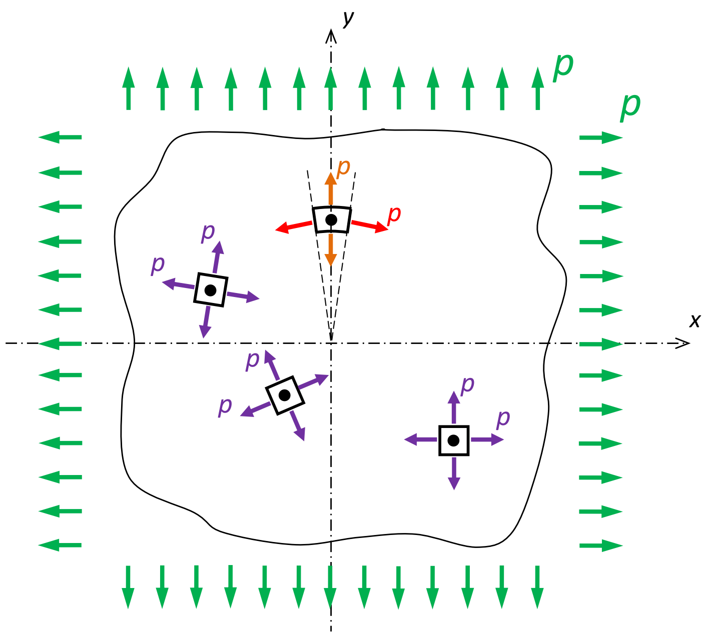
σ_r=? ,

σ_t=? ,

u=? .

Решение:

Каким образом в плите создаётся равномерное растяжение (плоское, в нашем случае σ_z=0) совершенно не важно. В любой площадке, перпендикулярной плоскости равномерно растянутой плиты без отверстия, напряжение будет равно $+p$. Эквивалентное (например, по теории максимального касательного напряжения) напряжение в точках плиты без отверстия назовём *номинальным*:



$$\sigma_1 = p;$$

$$\sigma_2 = p;$$

$$\sigma_3 = \sigma_z = 0.$$

$$\sigma_{экв}^{ном} = \sigma_1 - \sigma_3 = p;$$

А с отверстием?

$r_2 = \infty$, значит воспользоваться формулами

$$\sigma_{\substack{r\\t}} = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \mp \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{\nu \cdot \sigma_z \cdot r}{E} \;;$$

в таком виде нельзя. Неопределённость получается. Преобразуем их:

$$\sigma_{\substack{r\\t}} = \frac{p_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - p_2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \mp \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \cdot \frac{1}{r^2} \quad ;$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - p_2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{\nu \cdot \sigma_z \cdot r}{E} \quad .$$

При $p_1=0$, $r_2 = \infty$, и $p_2=-p$:

$$\sigma_r = -p_2 + p_2 \cdot \frac{r_1^2}{r^2} = p \cdot \left[1 - \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] \quad ;$$

У края отверстия: $r = r_1 : \quad \sigma_r^{в} = 0 \;;$

На удалении пяти диаметров: $r = 10 \cdot r_1 : \quad \sigma_r^{5d} = \frac{99}{100} \cdot p = 99\% \cdot \sigma_r^{в} \;;$

Зависимость гиперболическая: $\sigma_r \sim +1 - \frac{1}{r^2} \quad .$

$$\sigma_t = -p_2 - p_2 \cdot \frac{r_1^2}{r^2} = p \cdot \left[1 + \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right] \quad ;$$

У края отверстия: $r = r_1: \quad \sigma_r^{в} = 2 \cdot p \quad ;$

На удалении пяти диаметров: $r = 10 \cdot r_1: \quad \sigma_r^{5d} = \frac{101}{100} \cdot p = 101\% \cdot \sigma_r^{в} \quad ;$

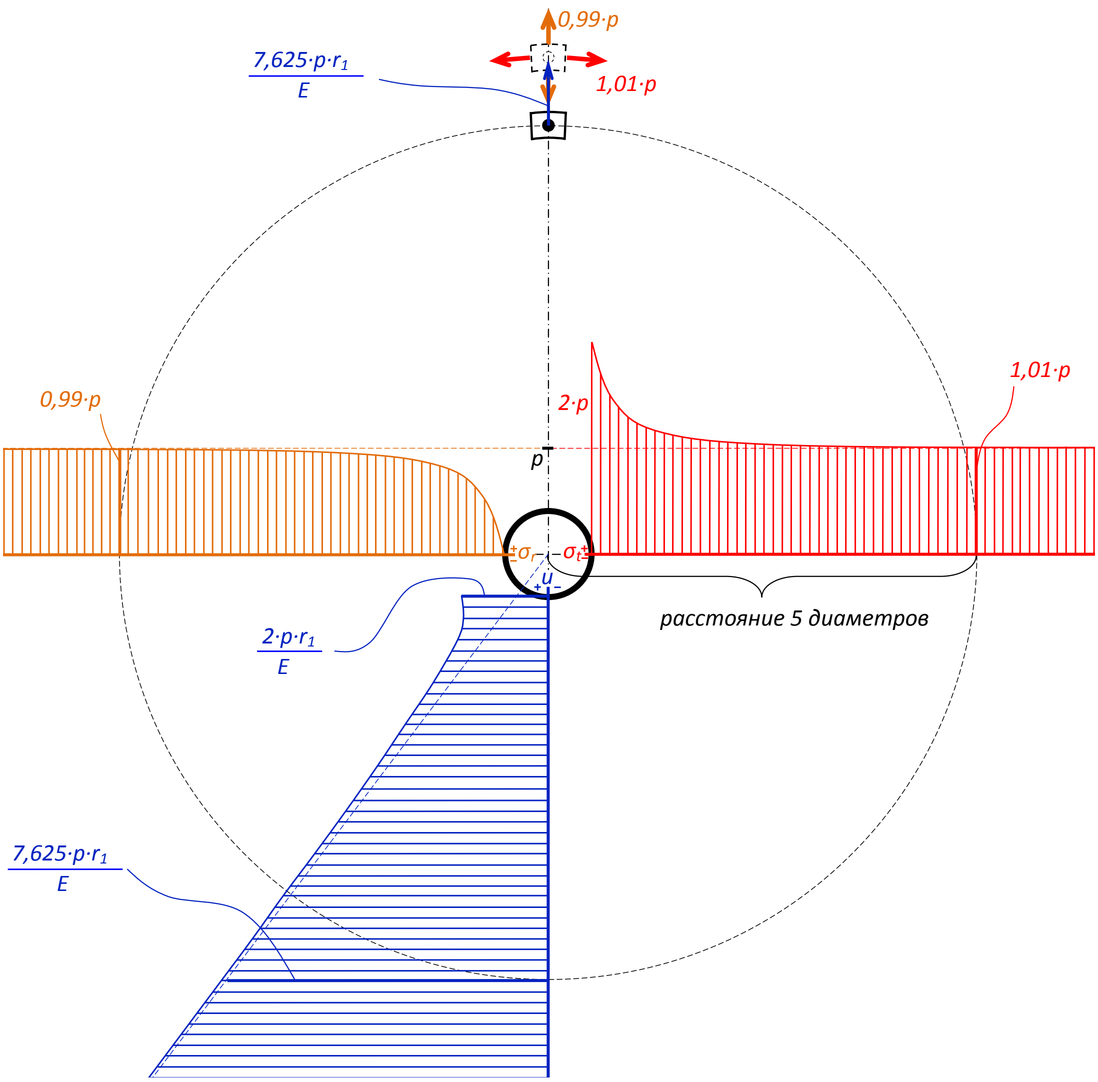
Зависимость гиперболическая: $\sigma_r \sim +1 + \frac{1}{r^2} \quad .$

$$u = -\frac{1-\nu}{E} \cdot p_2 \cdot r - \frac{1+\nu}{E} \cdot p_2 \cdot \frac{r_1^2}{r} = \frac{p}{E} \cdot \left[0,75 \cdot r + 1,25 \cdot \frac{r_1^2}{r}\right] \quad ;$$

На краю отверстия : $r = r_1: \quad u^{в} = +2 \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1$

На удалении пяти диаметров : $r = 10 \cdot r_1: \quad u^{5d} = +7,625 \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1$

Зависимость гиперболическая : $\sigma_t \sim +r + \frac{1}{r}$



Максимальное эквивалентное напряжение в этом случае будет у края отверстия:

$\sigma_1 = 2 \cdot p$;

$\sigma_2 = 0$;

$\sigma_3 = \sigma_Z = 0$.

$\sigma_{экв}^{max} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot p$;

Теоретический коэффициент концентрации отверстием напряжений в бесконечной равномерно растянутой плите:

$$K_T = \frac{\sigma_{экв}^{max}}{\sigma_{экв}^{ном}} = \frac{2 \cdot p}{p} = 2$$