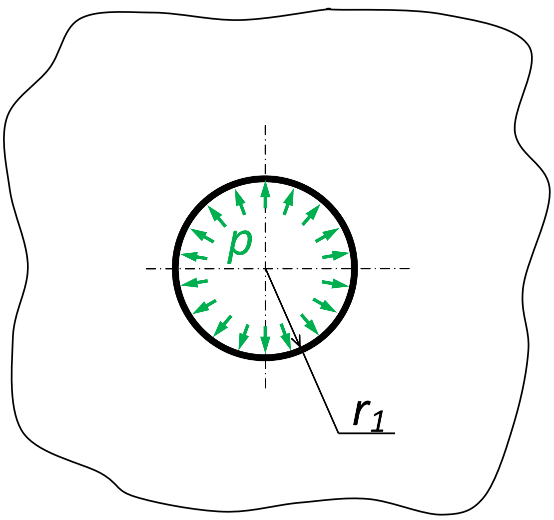


Бесконечная плита под действием внутреннего давления:

Дано:

$p_1 = p$;

$\nu=0{,}25$;

Найти:

$\sigma_r=?$, $\sigma_t=?$, $u=?$.

Решение:

$r_2 = \infty$, значит воспользоваться формулами

$$\sigma_{\substack{r\\t}} = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \mp \frac{(p_1 - p_2)\cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{(p_1 - p_2)\cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{\nu \cdot \sigma_z \cdot r}{E} \quad ;$$

в таком виде нельзя. Неопределённость получается. Преобразуем их:

$$\sigma_{\substack{r\\t}} = \frac{p_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - p_2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \mp \frac{(p_1 - p_2)\cdot r_1^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \cdot \frac{1}{r^2} \quad ;$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - p_2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{(p_1 - p_2)\cdot r_1^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{\nu \cdot \sigma_z \cdot r}{E} \quad .$$

$p_2 = 0$, значит:

Радиальное напряжение: $$\sigma_r = \frac{p \cdot \left(\frac{r_1}{\infty}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_1}{\infty}\right)^2} - \frac{p \cdot r_1^2}{1 - \left(\frac{r}{\infty}\right)^2} \cdot \frac{1}{r^2} = -p \cdot \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 ;$$

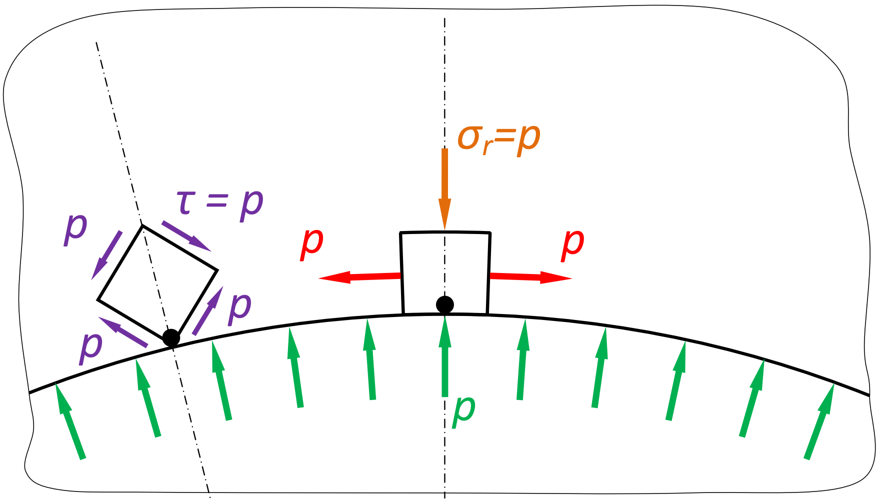
У края отверстия: $r = r_1 : \quad \sigma_r^в = -p \;;$

На удалении пяти диаметров: $r = 10 \cdot r_1 : \quad \sigma_r^{5d} = -\frac{p}{100} = 1\% \cdot \sigma_r^в \;;$

Зависимость гиперболическая: $\sigma_r \sim \frac{1}{r^2}$.

Окружное напряжение: $\sigma_t = +p \cdot \left(\frac{r_1}{r}\right)^2$.

Плоское ($\sigma_z=0$) напряжённое состояние, при котором на гранях элементарного объёма, выделенного в окрестности исследуемой точки, появляются равные по модулю и противоположные по знаку нормальные напряжения называется *чистым сдвигом*. При «повороте» объёма на 45° на его гранях пропадают нормальные напряжения, появляются такие же по модулю касательные:



Получается, точки плиты с отверстием пребывают в том же напряжённом состоянии, что и точки скручиваемого стержня круглого поперечного сечения. Интенсивность касательных напряжений в плите падает по гиперболическому закону от максимума на краю отверстия до нуля на бесконечном от него расстоянии.

Радиальное перемещение:

$$u = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot \left(\frac{r_1}{\infty}\right)^2}{1-\left(\frac{r_1}{\infty}\right)^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot r_1^2}{1-\left(\frac{r_1}{\infty}\right)^2} \cdot \frac{1}{r} = \frac{5 \cdot p}{4 \cdot E} \cdot r_1^2 \cdot \frac{1}{r} \;;$$

На краю отверстия : $r = r_1 :\quad u^{в} = +\frac{5}{4} \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1$

На удалении пяти диаметров : $r = 10 \cdot r_1 :$

$$u^{5d} = +\frac{5}{4} \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1^2 \cdot \frac{1}{10 \cdot r_1} = \frac{5}{40} \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1 = 10\% \cdot u^{в}$$

Зависимость гиперболическая : $\sigma_t \sim +\frac{1}{r}$