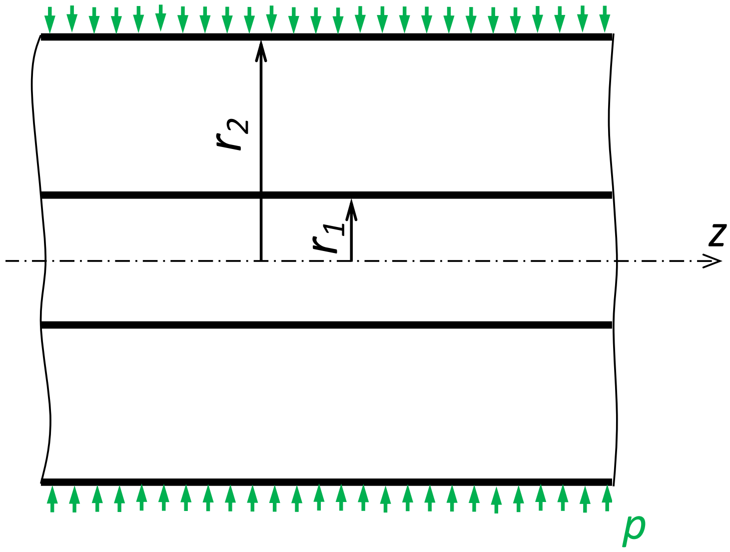

Цилиндр под действием наружного давления:

Дано:

$r_2 / r_1 = 3$;

$p_2 = p$;

$\nu = 0{,}25$;

$\sigma_z = 0$

Найти:

$\sigma_r = ?$; $\sigma_t = ?$; $u = ?$.

Решение:

Пользуемся формулами

$$\sigma_{\substack{r\\t}} = \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \mp \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$u = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_1 \cdot r_1^2 - p_2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{(p_1 - p_2) \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r} - \frac{\nu \cdot \sigma_z \cdot r}{E}$$

$p_1 = 0$, значит:

Радиальное напряжение: $\sigma_r = -\frac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{p \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \frac{1}{r^2}$;

Внутри : $r = r_1$: $\sigma_r^{в} = -\frac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{p \cdot (r_1^2 - r_2^2)}{r_2^2 - r_1^2} = 0$;

Снаружи: $r = r_2$: $\sigma_r^{н} = -\frac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} + \frac{p \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = \frac{p \cdot (r_1^2 - r_2^2)}{r_2^2 - r_1^2} = -p$;

Зависимость гиперболическая: $\sigma_r \sim +\frac{1}{r^2}$.

Окружное напряжение: $\sigma_t = -\dfrac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \dfrac{p \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \dfrac{1}{r^2}$;

Внутри : $r = r_1 :\quad \sigma_t^{в} = -\dfrac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \dfrac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = -\dfrac{2 \cdot p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = -\dfrac{9}{4} \cdot p$;

Снаружи: $r = r_2 :\quad \sigma_t^{н} = -\dfrac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} - \dfrac{p \cdot r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} = -\dfrac{p \cdot \left(r_2^2 + r_1^2\right)}{r_2^2 - r_1^2} = -\dfrac{5}{4} \cdot p$;

Зависимость гиперболическая: $\sigma_t \sim -\dfrac{1}{r^2}$.

Радиальное перемещение: $u = \dfrac{\nu - 1}{E} \cdot \dfrac{p \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot r - \dfrac{1+\nu}{E} \cdot \dfrac{p \cdot r_1^2 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \dfrac{1}{r}$;

Внутри : $r = r_1 :\quad u^{в} = \dfrac{\nu - 1}{E} \cdot \dfrac{p \cdot r_2^2 \cdot r_1}{r_2^2 - r_1^2} - \dfrac{1+\nu}{E} \cdot \dfrac{p \cdot r_1 \cdot r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} =$

$$= -\frac{2 \cdot p \cdot r_2^2 \cdot r_1}{E \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right)} = -\frac{9}{4} \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1 \quad ;$$

Снаружи : $r = r_2 :\quad u^{н} = \dfrac{\nu - 1}{E} \cdot \dfrac{p \cdot r_2^3}{r_2^2 - r_1^2} - \dfrac{1+\nu}{E} \cdot \dfrac{p \cdot r_1^2 \cdot r_2}{r_2^2 - r_1^2} =$

$$= \frac{p \cdot r_2}{E \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right)} \cdot \left[\left(\nu - 1\right) \cdot r_2^2 - \left(1 + \nu\right) \cdot r_1^2\right] =$$

$$= \frac{3 \cdot p \cdot r_1}{E \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right)} \cdot \left[\left(\nu - 1\right) \cdot 9 \cdot r_1^2 - \left(1 + \nu\right) \cdot r_1^2\right] =$$

$$= \frac{6 \cdot p \cdot r_1^3}{E \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right)} \cdot \left[4 \cdot \nu - 5\right] = -\frac{12}{4} \cdot \frac{p}{E} \cdot r_1 \quad ;$$

Зависимость гиперболическая : $\sigma_t \sim r - \dfrac{1}{r}$.

Эпюры напряжений и перемещений, построенные по произведенным расчётам выглядят так: