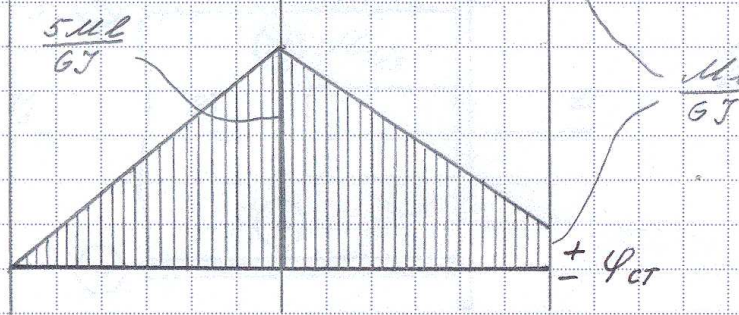
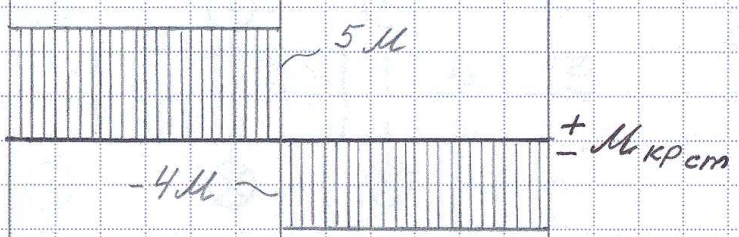
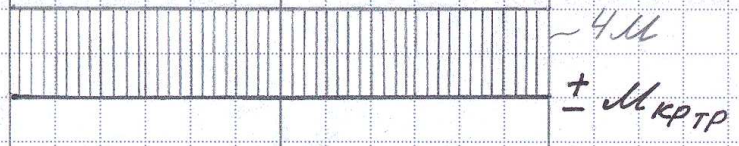
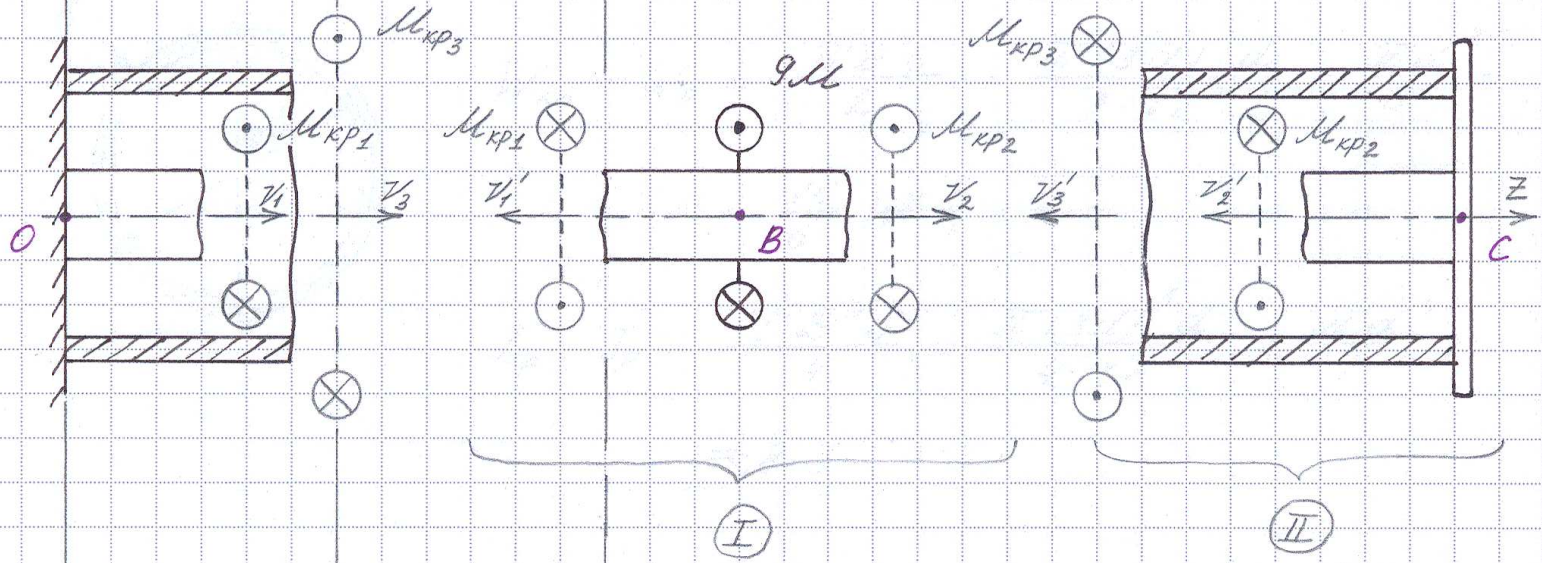


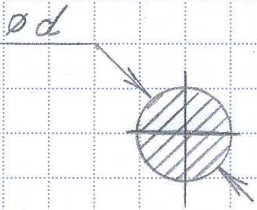
Дано: d , $D=3d$, $\delta=\frac{d}{27}$
 G , M , T .

Найти: $M_{кр}$, φ_B , φ_C , η .



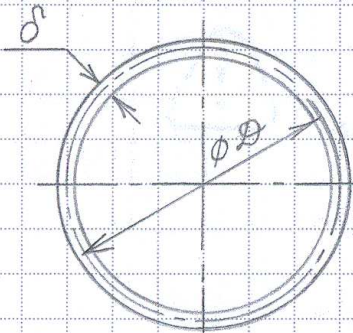
Решение

Геометрические характеристики поперечных сечений приводим к единицам множителем:



$$W_k = W_p = \frac{\pi d^3}{16} \triangleq W;$$

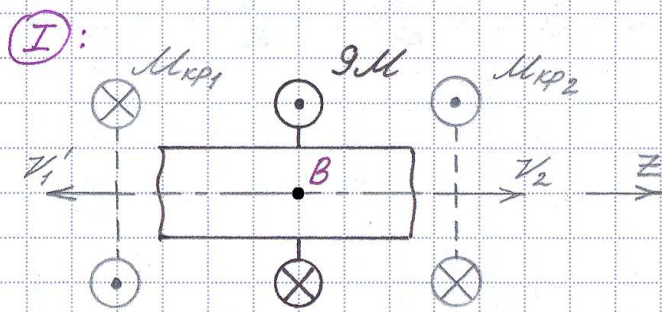
$$J_k = J_p = \frac{\pi d^4}{32} \triangleq J;$$



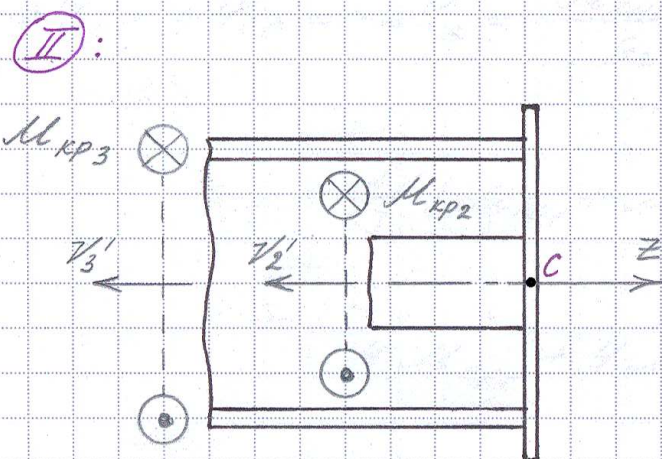
$$W_k = W_p = \frac{\pi D^2 \delta}{2} = \frac{\pi (3d)^2 d}{2 \cdot 27} = \frac{\pi d^3}{6} = \frac{16}{6} W;$$

$$J_k = J_p = \frac{\pi D^3 \delta}{4} = \frac{\pi (3d)^3 d}{4 \cdot 27} = \frac{\pi d^4}{4} = 8 \cdot J.$$

Уравнения статического равновесия:



$$\sum M_z = 0 = -M_{кр1} + 9M + M_{кр2} \quad (1)$$



$$\sum M_z = 0 = -M_{кр3} - M_{кр2} \quad (2)$$

Неизвестных - три ($M_{кр1}, M_{кр2}, M_{кр3}$), уравнений статики - два. Степень статической неопределенности:

$$n = 3 - 2 = 1$$

Уравнение совместности деформаций:



При отсутствии распределенной нагрузки, взаимный разворот начального и конечного поперечных сечений

i участка:
$$\Delta \varphi_i = \frac{M_{крi} \cdot l_i}{G_i \cdot J_{ki}}$$

$$\Delta \varphi_{ст} = \Delta \varphi_{тр}$$

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_{ст} = \Delta \varphi_{80} + \Delta \varphi_{св} = \Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_2 &= \frac{M_{кр1} \cdot l_1}{G_1 \cdot J_{k1}} + \frac{M_{кр2} \cdot l_2}{G_2 \cdot J_{k2}} = \\ &= \frac{M_{кр1} \cdot l}{G \cdot J} + \frac{M_{кр2} \cdot l}{G \cdot J} = \frac{l}{G \cdot J} (M_{кр1} + M_{кр2}) \end{aligned}$$

$$\Delta \varphi_{тр} = \Delta \varphi_{с0} = \Delta \varphi_3 = \frac{M_{кр3} \cdot l_3}{G_3 \cdot J_{k3}} = \frac{M_{кр3} \cdot 2l}{G \cdot 8 \cdot J} = \frac{1}{4} \frac{l}{G \cdot J} M_{кр3}$$

$$\frac{l}{G \cdot J} (M_{кр1} + M_{кр2}) = \frac{1}{4} \frac{l}{G \cdot J} M_{кр3}$$

$$4 M_{кр1} + 4 M_{кр2} - M_{кр3} = 0 \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1) - (3), получим:

$$M_{кр1} = 5M;$$

$$M_{кр2} = -4M;$$

$$M_{кр3} = 4M.$$

Статическая проверка:

$$(1): -M_{кр1} + 9M + M_{кр2} = -5M + 9M - 4M = 0 \quad \checkmark$$

$$(2): -M_{кр3} - M_{кр2} = -4M + 4M = 0 \quad \checkmark$$

$$(3): 4 \cdot M_{кр1} + 4 \cdot M_{кр2} - M_{кр3} = 4 \cdot 5M + 4 \cdot (-4M) - 4M = 0 \quad \checkmark$$

Деформационная проверка:

$$\varphi_{TP} = \frac{M_{кр3} \cdot l_3}{G_3 J_{k3}} = \frac{4M \cdot 2l}{G \cdot 8J} = \frac{Ml}{GJ}$$

$$\varphi_{\sigma} = \frac{M_{кр1} \cdot l_1}{G_1 J_{k1}} + \frac{M_{кр2} \cdot l_2}{G_2 J_{k2}} = \frac{5M \cdot l}{GJ} - \frac{4M \cdot l}{GJ} = \frac{Ml}{GJ}$$

$$\varphi_{TP} = \varphi_{\sigma} \quad \checkmark$$

Угол поворота точек конструкции:

$$\varphi_B = \Delta \varphi_1 = \frac{M_{кр1} \cdot l_1}{G_1 J_{k1}} = \frac{5Ml}{GJ}$$

$$\varphi_C = \varphi_{\sigma} = \varphi_{TP} = \frac{Ml}{GJ}$$

Коэффициент запаса прочности всей конструкции:

$$\tau_{\max_1} = \frac{M_{кр1}}{W_{кр1}} = \frac{5M}{W} \Rightarrow \eta_1 = \left| \frac{\tau_T}{\tau_{\max_1}} \right| = \frac{\tau_T \cdot W}{5M}$$

$$\tau_{\max_2} = \frac{M_{кр2}}{W_{кр2}} = \frac{4M}{W} \Rightarrow \eta_2 = \left| \frac{\tau_T}{\tau_{\max_2}} \right| = \frac{\tau_T \cdot W}{4M}$$

$$\tau_{\max_3} = \frac{M_{кр3}}{W_{кр3}} = \frac{4M \cdot 6}{W \cdot 16} \Rightarrow \eta_3 = \left| \frac{\tau_T}{\tau_{\max_3}} \right| = \frac{2\tau_T \cdot W}{3M}$$

$$\eta = \min(\eta_1, \eta_2, \eta_3) = \eta_1 = \frac{\tau_T \cdot W}{5M} = \frac{\tau_T \cdot \pi \cdot d^3}{80 \cdot M}$$